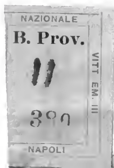

FONDO PIZZOFALCONE


NAZIONALE
B. Prov.
II
390
NAPOLI
VITT EM. III

PRINCIPES D'HYDRAULIQUE ET DE PYRODYNAMIQUE.

TOME SECOND.

Ce second volume et le premier traitent du mouvement uniforme et varié de l'eau dans les rivieres, les canaux et les tuyaux de conduite; — de l'origine des fleuves, et de l'établissement de leur lit; — de l'effet des écluses, des ponts et des réservoirs; — des jets d'eau; — de la navigation tant sur les rivieres que dans des canaux étroits; — de la résistance des fluides en général, et de celle de l'air et de l'eau en particulier.

Le troisieme et dernier volume traite du feu et de l'action qu'il exerce sur les éléments des substances qui passent par les trois états successifs de dureté, de liquidité, et de vaporisation; — de l'air en particulier, de sa densité, de son poids, et de son volume; — de la mesure du calorique qui agit sur l'air; — de l'atmosphere et de ses modifications; — de la mesure du calorique agissant sur l'eau, l'éther, l'alkool et le mercure; — des affinités différentes de ces substances; — de la théorie et de la meilleure construction du barometre et des thermometres; — enfin, de la maniere de mouvoir les fluides par les forces centrales.

PRINCIPES
D'HYDRAULIQUE
ET
DE PYRODYNAMIQUE,

VÉRIFIÉS
PAR UN GRAND NOMBRE D'EXPÉRIENCES
FAITES PAR ORDRE DU GOUVERNEMENT;

OUVRAGE EN TROIS VOLUMES.

PAR M. DUBUAT,
Correspondant de l'Institut, ancien Chevalier de l'Ordre de Saint-Jean de Jérusalem, et ci-devant Colonel au Corps Royal du Génie.

Ut tandem philosophia et scientiæ solidis experientiæ nitantur fundamentis.
BACON.

NOUVELLE ÉDITION,
REVUE ET CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉE.

TOME SECOND.



A PARIS,
CHEZ FIRMIN DIDOT, IMPRIMEUR DU ROI, DE L'INSTITUT, DE LA MARINE, ET LIBRAIRE POUR LES MATHÉMATIQUES, RUE JACOB, N° 24.

M. DCCC. XVI.



PRINCIPES D'HYDRAULIQUE.

SECONDE PARTIE.

EXPÉRIENCES ET RÉFLEXION SUR LE MOUVEMENT UNIFORME ET VARIÉ DE L'EAU.

SECTION PREMIERE.

EXPÉRIENCES SUR LE MOUVEMENT DE L'EAU DANS DES TUYAUX, LES CANAUX ET RIVIERES.



CHAPITRE PREMIER.

Sur la dépense et la vitesse de l'eau et de differentes liqueurs, dans des tuyaux d'un petit diametre.

334. Les expériences sur le mouvement de l'eau et des autres liqueurs, dans des tuyaux d'un petit diametre, sont si faciles à faire, si peu frayeuses, et d'un appareil si peu gênant, qu'il n'y a aucun physicien qui ne puisse les faire dans son cabinet.

C'est ce qui augmente la confiance avec laquelle je dois rapporter ici celles que nous fîmes pendant l'été de l'année 1782 : elles paraîtront aussi neuves qu'intéressantes. On avait, jusqu'à-présent, négligé d'en faire de cette espece, soit par la crainte qu'on avait que le mouvement du fluide ne fût trop altéré par l'attraction des tuyaux, soit qu'on n'eût pas remarqué que c'était le seul moyen facile de soumettre à l'expérience les plus grandes pentes possibles, en considérant toute la partie de la hauteur verticale qui est employée à vaincre la résistance, comme la pente du tuyau sur toute sa longueur.

Objet de ces expériences.

335. Elles étaient nécessaires, 1° pour trouver la généralité de la loi du mouvement dans les plus grandes pentes, et dans les plus petites sections : 2° pour donner une idée de la fluidité de différents liquides; car on manquait d'expériences en ce genre, quoiqu'on soupçonnât bien que toutes les liqueurs ne pouvaient pas se mouvoir avec la même vîtesse, à cause des différentes propriétés de leurs parties constituantes : 3° pour connaître d'une maniere directe le mouvement de l'eau dans des tuyaux d'un petit diametre, tels qu'on peut avoir occasion d'en employer pour dériver d'une conduite nourriciere différents filets d'eau, à l'usage des particuliers d'une ville.

Préparation aux expériences.

336. Le réservoir entretenu constamment plein, était un tuyau de fer-blanc peint à l'huile, dont la diametre excédait un peu 2 pouces, et qui avait 14 lignes de hauteur; son fond était une feuille de fer-blanc de 4 pouces en quarré, au pourtour de laquelle était soudé un bord, de la même hauteur que le tuyau. Du fond du réservoir sortait un tuyau additionnel, vertical ou incliné, de 5 lignes de diametre, destiné à recevoir les tuyaux de verre verticaux ou inclinés. A 6 lignes de hauteur au-dessus du fond du même réservoir, était placé un autre tuyau additionnel, de même diametre, et de 16 lignes de longueur, qui était soudé à la paroi du réservoir, et en même-temps au bord du bassin quarré qui l'entourait, et qui sortait de 5 lignes en dehors : celui-ci devait recevoir les tuyaux de verre horizontaux. On garnissait d'étoupe le bout de ces tuyaux, et on l'introduisait dans les tuyaux additionnels, en sorte que l'orifice du tuyau de verre répondît très-juste ou à la paroi, ou au plan du fond du réservoir.

Pour se procurer des charges différentes, on avait des tuyaux de fer-blanc de différentes hauteurs qui s'emboîtaient l'un sur l'autre, et avec le premier qui servait de base au réservoir : et, afin que le trop plein du réservoir, et la petite filtration qui avait lieu à l'emboîtement des allonges du réservoir, eussent un écoulement commode,

on avait fait souder dans les quatre coins du fond de la boîte, en dehors de la base du réservoir, quatre petits tuyaux de décharge pour faire écouler le trop plein par celui qui serait le plus commode. On pouvait boucher avec des bouchons de liege, non-seulement ceux qui n'étaient pas nécessaires à la décharge, mais encore le tuyau additionnel du fond du réservoir, ou celui de sa paroi, selon que l'expérience devait se faire avec des tuyaux horizontaux, verticaux, ou inclinés.

Tout cet équipage était enchâssé et retenu dans une planche de 3 pieds de longueur, sur laquelle étaient couchés les tuyaux, quand ils étaient horizontaux. On assujettissait cette planche à une hauteur convenable, en travers des marches d'une échelle double. Une regle bien dressée était placée et assujettie bien de niveau, deux marches plus haut que l'équipage, dans le même plan vertical que les tuyaux; elle servait à mesurer la hauteur de la charge, qui se trouvait depuis la surface de l'eau qui reversait par-dessus les bords du réservoir, jusqu'à l'extrémité du tuyau par où l'eau s'écoulait. Ainsi on avait soin, pendant la durée d'une expérience, de verser de la liqueur dans le réservoir, en sorte qu'elle débordât constamment et de la même manière.

La jauge dans laquelle on recevait l'eau ou les autres liqueurs, fournies par les tuyaux pendant une minute, était un boîte cylindrique de 13 pouces de hauteur, et de 2,9443 po. de diametre.

Après avoir varié les charges dans des tuyaux différemment inclinés, ou verticaux, ou horizontaux, d'environ 3 lignes, 2 lignes et 1 $\frac{1}{2}$ ligne de diametre intérieur, en y faisant couler de l'eau commune, à la température ordinaire de la saison où se faisaient les expériences (c'était aux mois d'avril et mai), nous usâmes de la même eau échauffée à un degré un peu considérable, ou, au-contraire, refroidie à quelques degrés au-dessus du point de la glace, ou enfin chargée de sel, à-peu-près comme l'eau de la mer : nous y fimes aussi couler de l'esprit-de-vin et du mercure.

Résultat des expériences.

337. Voici le résultat de nos expériences, dans le tableau desquelles les dépenses ne sont point exprimées en pouces cubes. Mais comme elles étaient prises pendant une minute, dans la jauge dont je viens de parler, on a exprimé la hauteur dont l'eau s'élevait dans la jauge pendant le même temps; et on en a déduit les vîtesses par seconde, en multipliant cette hauteur par le $\frac{1}{60}$ du rapport de la section de la jauge à la section du tuyau.

Nos. des exp.	OBSERVATIONS.	Charge sur la tête du tuyau, exprimée en pouces.	Hauteur de la dép. par minute exprimée en pouces.	Vitesse de l'écoul. par seconde exprimée en pouces.	Hauteurs dues aux vitesses, exprimées en pouces.	Pentes supposées.

Tuyau horizontal de 2 lig. 9 ou 0,24166 po. de diametre, et de 36,25 po. de longueur.

Nos.	Observations	Charge	Hauteur	Vitesse	Hauteurs dues	Pentes
1.	L'eau ne coulait pas, elle était retenue par l'attraction de l'orifice inférieur.	po. 0,2083	po. 0,000	po. 0,000	po. 0,000	$\frac{1}{200}$
2.	L'eau coule goutte à goutte, après avoir rétrogradé sous le tuyau d'environ un demi-pouce.	0,3333	0,9584	2,371	0,01176	$\frac{1}{115,8}$
3.	Base de l'expérience 48.	0,8333	3,1249	7,577	0,141	$\frac{1}{52,36}$
4.	....	1,625	5,1249	12,680	0,3365	$\frac{1}{28,133}$
5.	Base pour les expériences 43, 44 et 45 : l'eau était à 9 ou 10 degrés de chaleur.	2,0833	5,7777	14,295	0,4274	$\frac{1}{21,891}$
6.	....	2,713	6,7222	16,631	0,5764	$\frac{1}{16,966}$
7.	....	3,7082	7,9166	19,587	0,8009	$\frac{1}{12,468}$
8.	Ce tuyau étant horizontal, ou incliné de 2 po. 9 lig., ou en contre-pente de 3 po. sur la longueur, a donné constamment la même dépense.	4,8333	9,1666	22,679	1,0759	$\frac{1}{9,647}$
9.	Base pour l'expérience 46 : l'eau était à 9 degrés et demi de chaleur.	4,9166	9,2916	22,989	1,1054	$\frac{1}{9,5114}$
10.	Base pour l'expérience 47 : l'eau était à 12 degrés de chaleur.	5,0000	9,4583	23,401	1,1455	$\frac{1}{9,4045}$
11.	....	7,3611	11,5833	28,658	1,718	$\frac{1}{6,4237}$
12.	....	9,0833	13,5714	33,577	2,3584	$\frac{1}{5,4717}$
13.	....	20,166	21,0000	51,956	5,6469	$\frac{1}{2,4966}$

Même tuyau incliné, avec une charge de 9 pouces 8 lignes à la tête.

Nos.	Observations	Charge	Hauteur	Vitesse	Hauteurs dues	Pentes
14.	Charge à la tête, po. 9,6666 Haut. vertic. du tuyau...... 27,8333 Charge totale, 37,5000	9,6666	28,625	70,822	10,492	$\frac{1}{1,34209}$

Nos. des exp.	OBSERVATIONS.	Charge sur la tête du tuyau, exprimée en pouces.	Hauteur de la dép. par minute exprimée en pouces.	Vitesse de l'écoul. par seconde exprimée en pouces.	Hauteurs dues aux vitesses, exprimées en pouces.	Pertes supposées.
	Même tuyau vertical, avec différentes charges à la tête.					
15.	Hauteur du tuyau vertical . . . . . po. 36,25 Charge à la tête . . 5,00 Charge totale, 41,25	po. 5,0000	po. 29,8333	po. 73,811	po. 11,400	$\frac{1}{1,2144}$
16.	Charge totale. . . 44,75	8,5000	30,75	76,079	12,10	$\frac{1}{1,15026}$
17.	Charge totale. . . 47,916	11,6666	32,75	81,027	13,734	$\frac{1}{1,0605}$
18.	Charge totale. . . 48,333	12,0833	33,000	81,646	13,945	$\frac{1}{1,05414}$
19.	Charge totale. . . 50,25	14,0000	33,3333	82,471	14,227	$\frac{1}{1,0063}$
20.	Charge totale. . . 53,25	17,000	34,3333	85,769	15,398	$\frac{1}{0,9576}$
	Tuyau horizontal de 2 lig. ou 0,16666 po. de diametre; longueur 36,25 po.					
21.	. . . .	2,0416	2,0416	10,620	0,2359	$\frac{1}{20,0753}$
22.	Base pour les expériences 55 et 59 : l'eau était à environ 14 degré de chaleur.	5,292	3,8333	19,940	0,8327	$\frac{1}{8,129}$
23.	Base pour les expériences 51 et 56 : l'eau était à environ 14 degrés de chaleur.	8,875	4,9166	25,430	1,3684	$\frac{1}{4,829}$
24.	Base des exp. 52, 53 et 54.	15,2916	6,4166	33,378	2,331	$\frac{1}{2,788}$
	Même tuyau incliné, avec une charge de 5 pouces 8 lignes à la tête.					
25.	Charge à la tête. . 5,6666 Hauteur vert. du tuyau . . . . . 27,8333 Charge totale, 33,5000	5,6666	9,8333	51,151	5,4741	$\frac{1}{1,2929}$
	Même tuyau vertical, avec différentes charges à la tête.					
26.	Haut. du tuyau vert. 36,25 Charge à la tête. . . 2,50 Charge totale, 38,75	2,5000	10,4166	54,186	6,14	$\frac{1}{1,1101}$
27.	Charge totale . . . 41,916	5,6666	11,0000	57,220	6,84	$\frac{1}{1,0342}$
28.	Charge totale . . . 45,25	9,0000	11,4587	59,605	7,432	$\frac{1}{0,9584}$
29.	Charge totale . . . 51,25	15,0000	12,475	64,373	8,67	$\frac{1}{0,9513}$

Nos. des exp.	OBSERVATIONS.	Charge sur la tête du tuyau, exprimée en pouces.	Hauteur de la dép. par minute exprimée en pouces.	Vitesse de l'écoul. par seconde exprimées en pouces.	Hauteurs dues aux vitesses, exprimées en pouces.	Pertes supposées.
	Tuyau horizontal de 1,5 lig. ou 0,125 po. de diametre; longueur, 34,16666 po.					
		po.	po.	po.	po.	
30.	....	0,2083	0,0000	0,000	0,0000	$\frac{1}{170,43}$
31.	....	2,0833	0,7916	7,320	0,1116	$\frac{1}{17,043}$
32.	....	5,292	1,5833	14,642	0,4484	$\frac{1}{7,0539}$
33.	Base pour l'expérience 61: l'eau avait environ 14 degrés de chaleur.	9,292	2,2777	21,064	0,9394	$\frac{1}{4,0905}$
34.	....	14,5833	2,8333	26,202	1,4360	$\frac{1}{2,5987}$
	Même tuyau vertical, avec différentes charges à la tête.					
35.	Charge totale. . . 35,33 po.	1,1666	4,500	41,614	3,622	$\frac{1}{1,0774}$
36.	Charge totale. . . 36,666	2,5000	4,5833	42,385	3,757	$\frac{1}{1,0382}$
37.	Charge totale. . . 38,333	4,1666	4,6666	43,156	3,89	$\frac{1}{0,99147}$
38.	Charge totale. . . 42,166	8,0000	5,250	45,468	4,323	$\frac{1}{0,9031}$
	Tuyau vertical de même diametre, mais plus court.					
39.	Hauteur du tuyau vertical. . . . . 19,00 po. Charge à la tête. . 4,166 Charge totale, 23,166	4,1666	4,6666	43,153	3,89	$\frac{1}{0,9556}$
40.	Hauteur du tuyau vertical. . . . . 2,00 Charge à la tête. . 4,166 Charge totale, 6,166	4,1666	4,6666	43,153	3,89	$\frac{1}{0,878}$
	Tuyau vertical d'environ $\frac{2}{3}$ de ligne diametre; longueur, 12 pouces.					
41.	....	4,1666	0,25	11,704	0,3	$\frac{1}{0,7583}$
42.	....	1,1250	0,2083	9,753	0,2	$\frac{1}{0,9302}$

Expériences sur le mouvement de différentes liqueurs, à différents degrés de température, et à différentes charges, dans les tuyaux de verre qui ont servi aux expériences précédentes.

Nos. des exp.	OBSERVATIONS.	Noms des Liqueurs.	Degrés de chaleur au-dessus du point de la glace.	Charges sur la tête des tuyaux, exprimées en pouces.	Hauteur de la dép. par minute exprimée en pouces.	Vitesse par seconde exprimée en pouces.
	Tuyau horizontal de 2,9 lig. ou 0,24166 po. de diametre; longueur, 36,25 po.					
			deg.	po.	po.	po.
43.	Voyez l'expérience 5.	Eau de pluie.	3	2,0833	5,2777	13,057
44.	*Idem.*	Eau salée.	3	2,0833	5,1666	12,7823
45.	*Idem.*	Eau salée.	11	2,0833	5,2222	12,9197
46.	Voyez l'expérience 9.	Eau salée.	10 à 11	4,9166	9,25	22,8845
47.	Voyez l'expérience 10.	Esprit-de-vin.	12	5,0000	7,5833	18,7611
48.	Voyez l'expérience 3.	Mercure.	10 à 12	0,8124	3,75	9,2775
49.	....	Mercure.	10 à 12	0,9166	4,0833	10,1021
50.	....	Mercure.	10 à 12	2,1944	6,6111	16,3558
	Tuyau horizontal de 2 lig. ou 0,16666 po. de diametre; longueur, 36,25 po.					
51.	Voyez l'expérience 23.	Eau de pluie.	55	8,875	5,2777	27,455
52.	Voyez l'expérience 24.	Eau de pluie.	30	15,2916	6,9166	35,980
53.	*Idem.*	Eau de pluie.	36	15,2916	7,0833	36,847
54.	*Idem.*	Eau de pluie.	56	15,2916	7,2013	37,461
55.	Voyez l'expérience 22.	Esprit-de-vin.	12	5,292	2,50	13,005
56.	Voyez l'expérience 23.	Esprit-de-vin.	12	8,875	3,8333	19,941
57.	....	Mercure.	10 à 12	1,125	1,75	9,103
58.	....	Mercure.	10 à 12	2,7082	3,0	15,606
59.	Voyez l'expérience 22.	Mercure.	10 à 12	5,1666	4,25	22,108
60.	Le tuyau ne coule plus.	Mercure.	10 à 12	0,0555	0,000	0,000
	Tuyau horizontal de 1 ½ ligne de diametre; longueur 34,16666 po.					
61.	Voyez l'expérience 33.	Esprit-de-vin.	12	9,292	1,125	10,402

Réflexions sur les expériences précédentes.

338. Il suit, de la comparaison des expériences sur les tuyaux d'un petit diametre, qu'en général le quarré des vîtesses croît en plus grand rapport que les pentes, ou que les résistances représentées par les pentes.

On voit aussi, comme nous l'avons observé (31), que quand les pentes sont égales, les vîtesses croissent comme les racines quarrées des rayons moyens, diminuées d'une quantité constante; et rien n'était plus propre à trouver ou à vérifier cette loi que ces expériences, dans lesquelles la constante $\sqrt{\overset{\text{po.}}{0{,}01}}$ devient considérable par rapport à $\sqrt{r}$.

339. Quand nous avons employé le tuyau vertical de $\overset{\text{lig.}}{2{,}9}$ de diametre, la charge qui répondait à une vîtesse uniforme était d'environ $\overset{\text{po.}}{14{,}35}$; et la vîtesse correspondante était de $\overset{\text{po.}}{82{,}829}$. Or cette vîtesse étant la même qui répond à une hauteur égale à la charge, il suit que la résistance que le tuyau opposait au mouvement de l'eau, était vaincue par le poids même de la colonne d'eau contenue dans le tuyau; et qu'ainsi on aurait pu prolonger le tuyau à l'infini, suivant la verticale, sans que la vîtesse fût augmentée. Ainsi dans ce cas, comme dans tous les autres, lorsque le mouvement de l'eau dans un lit quelconque, est parvenu à une uniformité parfaite, la somme de

toutes les résistances qu'éprouve la veine fluide est égale à la masse du même fluide, multipliée par la pente du lit; et l'on doit entendre que cette somme de résistance comprend l'attraction des parois, le frottement, la viscosité du fluide, et toute autre résistance, s'il en existe.

De même, la charge qui répondait à la vîtesse uniforme, dans le tuyau vertical de deux lignes, était environ $6^{\text{po.}},938$, et cette vîtesse était $59^{\text{po.}},13$.

Enfin, la charge qui répondait à la vîtesse uniforme dans le tuyau vertical d'une ligne et demie, était environ $3^{\text{po.}},981$; et la vîtesse était $43^{\text{po.}},63$. Les expériences 19, 27 et 37, approchent beaucoup de ces trois résultats, qu'il eût été fort difficile de procurer avec des tuyaux d'un pouce seulement de diametre: car on peut voir, en appliquant à un tuyau vertical d'un pouce de diametre la formule du mouvement uniforme, que la vîtesse qui lui convient est de 248 pouces par seconde, avec une charge de près de 7 pieds 1 pouce.

Quand on augmente les charges, et par conséquent les vîtesses, dans des tuyaux verticaux, comme dans les expériences 20, 29 et 38, les résistances deviennent plus grandes que le poids des colonnes d'eau contenues dans ces tuyaux.

340. On ne trouve dans les auteurs qu'une seule expérience sur des tuyaux d'un petit diametre; c'est dans le Traité du Mouvement des Eaux de M. Mariotre, 3e part. 2e discours; et encore n'a-t-elle pas toute la précision qu'on pour-

rait desirer. Ayant entretenu l'eau d'un réservoir à 1 pied de hauteur au-dessus du fond, il y adapta un tuyau vertical de 3 pieds de longueur, qui avait 3 lignes de diametre au bout supérieur, et de 3 $\frac{1}{2}$ lignes au bout inférieur. Il prétend qu'un simple orifice de 3 lignes de diametre, sous une charge d'un pied, eût donné un peu moins de 4 pintes d'eau par minute; que sous une charge de 4 pieds, il eût donné environ 8 $\frac{1}{2}$ pintes; mais le tuyau sous la charge d'un pied, lui procura à-peu-près la moyenne proportionnelle entre 4 pintes et 8 pintes $\frac{1}{5}$.

Sans examiner avec lui la cause de cet effet, soumettons, le mieux qu'il nous sera possible, son expérience à notre formule : nous ne rechercherons pas quel est le tuyau uniforme qui eût donné la même dépense que celui-ci. Les deux diametres extrêmes ne différant pas beaucoup, nous ne pouvons pas nous éloigner de la vérité, en prenant une réduite entre les vîtesses et les rayons moyens. La pinte employée par M. Mariotte est de 36 au pied cube, ou de 48 pouces cubes : ainsi la dépense par minute moyenne entre 4 pintes et 8 $\frac{1}{5}$, est de 6,1 pintes, ou de 4,88 po. cubes par seconde. La vîtesse au bout supérieur était donc le 99,38 po.; celle du bout inférieur, de 73,18 po.; et la moyenne, de 86,28 po. Les rayons moyens extrêmes sont de 0,0625 po., et 0,0729166 po., qui donnent 0,0677083 po. pour moyenne. Or, si on combine,

suivant la formule, ce rayon moyen avec les hauteurs de la charge et du tuyau, on trouvera $b =$ 1,10429; et la vîtesse calculée devient 85,83 po., qui diffère très-peu de celle d'expérience. M. Mariotte ayant retourné le tuyau, trouva la même dépense.

341. Avant de faire les deux expériences 41 et 42, sur le tuyau de $\frac{2}{3}$ de ligne de diametre, nous ne nous attendions pas à un résultat aussi satisfaisant que celui qu'on trouve en comparant les vîtesses d'expériences aux vîtesses calculées (55). Cependant on peut voir qu'une erreur de $\frac{1}{50}$ de ligne, dans l'estimation du diametre, suffit pour rendre raison de la différence qu'on y remarque.

Dans les trois autres tuyaux, nous avons remarqué une cause de variation, relative à cette espece de lit, que nous n'aurions pas pu faire entrer dans le calcul. Ces tubes étant d'une épaisseur plus ou moins grande, en comparaison du diametre intérieur, l'eau était fortement attirée par le verre au sortir de l'orifice inférieur; et cette attraction diminuait sensiblement les petites vîtesses. On remarque en effet que toutes les vîtesses au-dessous de 9 pouces sont trop faibles. Quand les tuyaux de 1,5 lig. et de 2,9 lig. étaient horizontaux, l'eau cessait d'y couler à une charge de 2 $\frac{1}{2}$ lignes; mais le contact d'un corps quelconque, comme le bout du doigt, balançant l'attraction du verre, l'eau reprenait son mouvement. Le tuyau de 2 lignes était beaucoup moins épais,

et le mouvement n'y cessait que quand la charge était réduite à $\frac{2}{3}$ de ligne. Tous ces effets d'ailleurs pouvaient être plus ou moins sensibles, suivant la maniere dont l'extrémité du tuyau était taillée.

342. On voit, par les autres expériences du tableau précédent, que l'eau se meut d'autant moins vîte, qu'elle approche davantage d'être au terme de la congélation; et qu'au contraire elle coule beaucoup plus vîte à mesure qu'elle s'en éloigne. L'eau salée coule moins vîte que l'eau douce, à la même température. L'esprit-de-vin coule sensiblement moins vîte que l'eau, à cause de sa viscosité, ou de sa plus grande adhérence aux parois. Mais le mercure, qui, quand il est bien pur, n'est point attiré par le verre, coule plus vîte que l'eau.

CHAPITRE II.

Sur la vîtesse moyenne de l'eau dans des tuyaux de conduite, dont l'extrémité verse en l'air, ou sous la surface d'un bassin entretenu constamment plein.

343. Les expériences suivantes ont été faites avec un tuyau d'un pouce de diametre; et en cela elles tiennent le milieu entre celles du chapitre précédent et celles que M. l'abbé Bossut a faites avec des tuyaux de 16 lignes et de deux pouces de diametre. Ainsi elles servent à complé-

ter le tableau du mouvement de l'eau dans des lits de grandeur variée. Mais nous avons eu, en les faisant, plusieurs objets en vue.

Objets des expériences.

344. Ayant à faire plusieurs expériences dont je rendrai compte dans le chapitre 3ᵉ, sur la résistance que les coudes des tuyaux opposent au mouvement de l'eau, j'avais besoin pour cela d'un appareil propre à ces expériences, et j'étais obligé d'en faire de directes sur le mouvement de l'eau dans des tuyaux droits, afin de comparer ce mouvement à celui qui a lieu dans les tuyaux courbes. D'ailleurs il nous manquait des observations sur les grandes et sur les petites pentes des tuyaux : car, en étudiant les excellentes expériences de M. l'abbé Bossut, rapportées au chapitre 6ᵉ, IIᵉ part. de son Hydrodynamique, on y remarque que, déduction faite de la charge d'eau nécessaire pour imprimer la vîtesse dans chaque tuyau, la plus grande pente qu'il ait essayée n'est que de $\frac{1}{19}$, et la plus petite de $\frac{1}{185}$. Il pouvait donc, dans le cas où la loi du mouvement de l'eau, entre les limites de ces pentes, serait connue, rester quelque doute si cette loi serait constante pour d'autres pentes moindres ou plus grandes. Nous avons suppléé ce qui manquait à cet égard, en essayant, sur un tuyau d'un pouce de diametre, des pentes variées depuis $\frac{1}{6}$ jusqu'à $\frac{1}{3000}$. Nous en avons commencé aussi quelques-

unes sur un tuyau de deux pouces de diametre; mais elles n'ont pas été finies.

345. Pour toutes ces expériences, il fallait un autre équipage que celui de M. l'abbé Bossut : car en se contentant, comme cet académicien, de faire couler en l'air les tuyaux soumis à l'expérience, il eût fallu leur donner une longueur trop considérable, pour se procurer une pente un peu petite, sans pouvoir se promettre qu'ils coulassent toujours pleins. D'ailleurs il était bon de s'assurer si la dépense d'un tuyau est la même, soit qu'il verse l'eau en l'air à sa sortie, soit qu'il aboutisse dans un bassin dont l'eau baigne son orifice inférieur : question importante par le grand nombre de ses applications.

Préparation aux Expériences.

346. L'équipage que nous avons employé à ces expériences était très-simple; il consistait en un réservoir qui devait être entretenu constamment plein, un bassin dans lequel aboutissait le tuyau qui tirait son eau du réservoir, et une jauge pour mesurer la dépense.

Le réservoir était une caisse rectangulaire de 17 pouces de largeur, et autant de hauteur sur environ 9 pieds de longueur, faite avec des madriers de 3 pouces d'épaisseur, assemblés avec des boulons, et ouverte par-dessus. L'un de ses bouts était fermé, et on avait adapté à l'autre un coffre vertical de 4 pieds de hauteur, qui communiquait librement avec le réservoir. C'est dans une

des faces verticales de ce coffre qu'étaient assujettis des tuyaux additionnels de 1, 2, 3 pouces de diametre sur 4 pouces de longueur. Il était fait avec des madriers de même épaisseur que ceux du réservoir, sur 17 pouces en quarré, et le haut d'une de ses faces était entaillé pour recevoir le bout du réservoir. Le tout était assujeti bien de niveau en tous sens, et portait sur des blocs de bois placés au bord d'un fossé de la fortification, qui était plein d'eau.

A 2 pieds de distance de l'extrémité du réservoir opposé au coffre, était placée une vanne mobile dans des coulisses, pour la hausser ou la baisser à volonté. C'était dans cette premiere partie du réservoir que se rendait et tombait l'eau élevée par des pompes de bateau qui trempaient dans l'eau du fossé. De là elle passait dans la seconde partie du réservoir, par-dessous la vanne qu'on tenait levée de deux ou trois pouces. Elle perdait ainsi le mouvement d'ondulation que lui avaient procuré sa chûte, et le mouvement alternatif des pistons. La seconde partie du réservoir était comprise entre la vanne dont je viens de parler, et une étamine tendue en travers du réservoir, à 6 pieds de distance de la vanne. L'usage de cette étamine était de retenir les corps étrangers, les feuilles et les roseaux qui auraient pu monter avec l'eau dans les pompes, et se glisser dans les tuyaux. Enfin, la derniere partie du réservoir était le haut du coffre dont j'ai parlé. Le sommet des madriers qui le composaient était bien arrasé avec le des-

sus de ceux qui composaient les bords du réservoir.

Les tuyaux additionnels fixés dans la paroi du coffre, et dont le bout affleurait sa surface intérieure, étaient destinés à s'emboîter extérieurement dans des tuyaux de conduite : ils étaient situés 9 pouces, 18 pouces, 27 pouces, et 36 pouces, au-dessous du bord supérieur du coffre ; ils étaient de fer-blanc, ainsi que les tuyaux de conduite ; et on avait pris les précautions convenables pour que cet emboîtement, et tous ceux qui se répétaient de 12 pieds en 12 pieds, ne causassent point d'altération à l'uniformité du diametre intérieur des uns et des autres.

Les tuyaux de conduite étaient retenus de 6 pieds en 6 pieds à des piquets plantés d'alignement, de niveau sur leur longueur, ou du moins en pente uniforme, pour éviter la résistance des coudes. A chaque emboîtement, où se faisait la jonction de deux tuyaux, on faisait une ligature avec une laniere de cuir souple, mouillé d'avance, et serré sur le joint de plusieurs tours de ficelle, ce qui suffisait pour les rendre très-étanches.

Le bassin où aboutissaient les tuyaux était une caisse de bois ouverte par en haut, et doublée intérieurement de fer-blanc. Cette doublure se repliait sur les bords de la caisse, et redescendait ensuite pour former une gouttiere environnante sur trois côtés de la caisse. Cette gouttiere, qui avait de la pente vers un seul débouché, était destinée à conduire dans la jauge toute l'eau fournie

par le tuyau, qui reversait par-dessus les bords du bassin. La longueur de ce bassin était de 3 pieds, sa largeur d'un pied, et sa profondeur de 9 pouces. A l'un de ses bouts étaient adaptés et soudés trois tuyaux additionnels, dont les diametres étaient 1, 2 et 3 pouces, et dans l'un desquels s'emboîtait le tuyau de conduite sur lequel on opérait. Les deux autres étaient bouchés avec des tampons de liége, pour servir à leur tour. Le madrier à travers lequel passaient ces tuyaux additionnels, s'élevait plus haut que les trois autres faces de la caisse, afin que l'eau n'y pût pas reverser, et la gouttiere ne commençait qu'aux deux angles du bassin attenants.

Enfin, au milieu d'une des longues faces du bassin, et près du fond, on avait soudé, avec la doublure de fer-blanc, un tuyau de 2 pouces de diametre et de 5 pouces de longueur, qui se fermait extérieurement avec un bouchon de liége, et qui n'était tenu ouvert que dans les expériences où on faisait couler en l'air l'eau de la conduite. Dans ce cas, la gouttiere ne servait pas, mais l'eau était reçue dans la jauge placée sous les extrémités de ce tuyau de décharge. Nous avions deux jauges d'un pied quarré de base, et de 3 pieds de hauteur, doublées aussi en fer-blanc, et dont nous avions mesuré la capacité exacte. Je me suis étendu sur la description de cet appareil, parce que c'est le même qui nous a servi pour les expériences des tuyaux coudés.

347. Le bassin ne devait ordinairement servir que pour les expériences où la pente était petite:

car pour les autres, on recevait immédiatement l'eau dans la jauge à la sortie du tuyau de conduite, en la faisant passer par une chausse de cuir, pour amortir l'impétuosité du jet.

L'opération la plus délicate était de s'assurer exactement de la charge d'eau des tuyaux dans chaque expérience : c'était une chose très-facile avec notre appareil. Après avoir fait agir les pompes, pour remplir en partie le réservoir, afin que l'entrée des tuyaux fût baignée, on laissait couler l'eau dans le bassin par le tuyau de conduite, jusqu'à ce que le niveau se fût établi de lui-même; et quand on s'était assuré que la surface de l'eau ne s'élevait plus dans le bassin, on comparait cette surface avec les bords supérieurs du réservoir et du bassin; ce qui donnait la pente exacte qu'il y avait de l'un à l'autre. Cette pente était la mesure de la charge du tuyau, parce que, pendant toute la durée d'une expérience, les pompes devaient nourrir l'eau du réservoir, au point de la faire constamment verser par-dessus ses bords, de la même maniere que le tuyau de conduite nourrissait l'eau du bassin, au point de la faire verser de même par-dessus ses bords soumis à un niveau parfait.

Quant aux grandes charges, elles étaient mesurées avec la même précision, au moyen d'un tuyau coudé en équerre, qui s'ajoutait à l'extrémité du tuyau de conduite, sans se servir du bassin. On remplissait le réservoir jusqu'à ce que l'eau y fût de niveau avec le sommet de la tige montante du coude, l'eau communiquant de l'un à l'autre par

le tuyau de conduite, et on ajoutait ensemble la hauteur qui se trouvait depuis le bord supérieur du réservoir jusqu'à son eau, avec la hauteur mesurée depuis l'axe du tuyau à son extrémité inférieure, jusqu'au sommet de la tige du coude en équerre. On tenait néanmoins compte d'environ une ligne de plus pour l'épaisseur de la nappe d'eau qui passait sur les bords du réservoir.

C'est de cette maniere, et en prenant d'ailleurs toutes les précautions convenables pour mesurer exactement la durée de l'écoulement, la hauteur de la charge, et les dépenses, qu'ont été faites les expériences dont voici le tableau.

348. *Tableau d'expériences sur les dépenses d'un tuyau droit d'un pouce de diametre, à différentes longueurs et à différentes charges.*

Nos. des expér.	Tuyau po. coul. à 4,56 sous l'eau, ou en l'air.	Charge du tuyau, exprimée en pouces.	Dépense par minute, exprimée en pouces cubes.	Vitesse moyenne par seconde, exprimée en pouces.	Hauteur de la charge due à la vitesse d'expérience.	Pertes supposées.
Longueur du tuyau, 737 pouces.						
		po.	po.	po.	po.	
62.	Sous l'eau.	0,15	74,9	1,589	0,005	$\frac{1}{5082,78}$
63.	Sous l'eau.	0,5	170,79	3,623	0,027	$\frac{1}{1558,14}$
64.	Sous l'eau.	4,2	492,02	10,436	0,2278	$\frac{1}{185,54}$
65.	Sous l'eau.	5,93	627,48	13,315	0,37	$\frac{1}{135,55}$
66.	Sous l'eau.	7,78	712,14	15,112	0,4773	$\frac{1}{100,88}$
67.	En l'air.	8,96	767,39	16,284	0,55	$\frac{1}{87,63}$
68.	Sous l'eau.	8,96	783,43	16,625	0,58	$\frac{1}{87,94}$
69.	En l'air.	12,32	942,05	19,991	0,83	$\frac{1}{64,14}$
70.	En l'air.	13,70	988,21	20,970	0,92	$\frac{1}{57,66}$
71.	En l'air.	14,60	1029,95	21,856	1,0	$\frac{1}{54,2}$
72.	Sous l'eau.	23,70	1351,0	28,669	1,76	$\frac{1}{33,59}$

Nos. des expér.	Tuyau po. coul. à 4,56 sous l'eau, ou en l'air.	Charges du tuyau, exprimée en pouces.	Dépense par minute, exprimée en pouces cubes.	Vitesse moyenne par seconde, exprimée en pouces.	Hauteur de la charge due à la vitesse d'expérience.	Pertes supposées.
Longueur du tuyau, 138,5.						
		po.	po.	po.	po.	
73.	Sous l'eau.	0,70	409,39	8,689	0,158	$\frac{1}{255,53}$
74.	Sous l'eau.	6,00	1382,68	29,341	1,80	$\frac{1}{32,07}$
75.	Sous l'eau.	20,95	2771,28	58,808	7,23	$\frac{1}{10,09}$
Longueur du tuyau, 117 pouces.						
76.	En l'air.	18,0	2747,8	58,310	7,144	$\frac{1}{10,77}$
77*	En l'air.	26 $\frac{2}{3}$	3360,0	71,301	10,62	$\frac{1}{7,294}$
78.	En l'air.	36,0	4002,93	84,945	15,095	$\frac{1}{5,596}$
Longueur du tuyau, 24 pouces; le régime irrégulier.						
79.	En l'air.	9,0	2893,1	59,247		
80.	En l'air.	18,0	4000,0	84,848		
81.	En l'air.	27,0	5017,08	106,453		
82.	En l'air.	36,25	5779,2	122,59		
Longueur du tuyau, 4 pouces.						
83.	En l'air.	27,083	5594,46	118,67		
Tuyau de 2 pouces de diametre; longueur 255,25 po.						
84.	En l'air.	16,$\frac{1}{3}$	11073,0	58,72		
85.	En l'air.	36,35	16275,2	86,308		

* On s'est aperçu, après avoir fait l'expérience 77, que l'entrée du tuyau avait été rétrécie par accident; ce qui fait juger que la dépense et la vitesse d'expérience y sont un peu plus petites qu'elles ne devraient l'être.

Réflexions sur les expériences précédentes, et en général sur celles des tuyaux de conduite ordinaires.

349. Dans les expériences du tuyau d'un pouce, nous avons mis l'attention la plus scrupuleuse pour déterminer exactement la charge. Quand nous faisions couler le tuyau en l'air, cette charge était la différence de niveau entre la surface de l'eau du réservoir et le centre de l'orifice inférieur du tuyau; mais quand il coulait sous l'eau, la charge répondait à la différence de niveau entre les surfaces de l'eau des deux bassins.

Nous n'avons point aperçu de différence sensible entre la dépense ou la vitesse de l'écoulement dans ces deux cas : car, quoiqu'il paraisse que le tuyau sous l'eau, expérience 68, ait un peu plus dépensé que celui de l'expérience 67, où la charge était la même, on n'en peut pas conclure que l'une des deux manieres donne plus de dépense que l'autre, parce que nous avons observé qu'il se faisait, pendant l'expérience 67, une petite perte à un des emboîtements; et que d'ailleurs la différence se trouve en sens contraire de celle qu'on conclurait par le raisonnement. En comparant dans le tableau (55) les vitesses d'expérience avec les vitesses calculées par la formule, on ne remarque pas de différences affectées en plus ou en moins dans les expériences où le tuyau coulait de l'une ou de l'autre de ces manieres. Ainsi il paraît qu'on peut conclure qu'il est indifférent

qu'un orifice quelconque soit plongé sous l'eau ou ne le soit pas, pour faire une dépense constante, pourvu qu'il coule plein, et que la charge, exprimée comme on vient de le dire, soit la même dans les deux cas. On tire encore des expériences qu'on vient de voir, la preuve que la pression n'influe point sur la résistance de l'eau qui coule dans un lit. Autrement le tuyau sous l'eau aurait dû dépenser moins que l'autre. Mais cette vérité sera encore mieux établie par les expériences sur les syphons.

La comparaison des expériences 75 et 76, 72 et 74, fait voir que quand la partie de la charge, employée à vaincre la résistance de deux tuyaux de même diametre, mais de différentes longueurs, est proportionnelle à ces longueurs, les vîtesses y sont égales, et réciproquement; ce qui montre que cette partie de la charge, uniquement employée à vaincre la résistance dans le tuyau, peut être considérée comme une pente sur la longueur; et que, quand les pentes prises de cette maniere sont égales, les vîtesses le sont aussi. D'où il suit que quand deux tuyaux de même diametre et de longueurs différentes auront l'un et l'autre une même pente $\frac{1}{1}$, ou qu'ils seront verticaux, ils auront même vîtesse, pourvu qu'ils aient l'un et l'autre la charge nécessaire pour imprimer cette vîtesse. Résultat surprenant, puisqu'il faut qu'alors la résistance totale du tuyau soit constamment égale au poids de la colonne d'eau qu'il contient. Ce phénomene hydraulique est donc conforme au

raisonnement, en même temps qu'il est avoué par l'expérience que nous avons en faite (339) sur des tuyaux d'un petit diametre.

350. Les vîtesses que nous avons obtenues à de très-petites pentes détruiront sans doute le préjugé qu'on avait à cet égard, faute de s'être avisé de faire dégorger dans l'eau l'extrémité du tuyau. Par ce moyen nous étions assurés que quelque petite que fût la charge le tuyau coulait toujours plein; ce qui n'arrive pas quand il verse en l'air, et que sa charge est très-petite. En effet, M. l'abbé Bossut a trouvé qu'un tuyau horizontal de 16 lignes de diametre ne coulait que goutte à goutte, quand, pour une longueur de 180 pieds, la charge ne montait qu'au sommet de diametre vertical, ce qui répond à 8 lignes de charge, en comptant jusqu'à l'axe. Cependant, s'il eût coulé sous l'eau avec les mêmes données, ou s'il eût été seulement recourbé en gueule-bée, il aurait fourni 3 pouces cubes et demi par seconde. Nous avons remarqué qu'il n'est pas toujours aisé de s'apercevoir si un tuyau qui verse en l'air coule parfaitement plein, sur-tout quand la vîtesse est médiocre, et le tuyau un peu gros. Il y a d'autres cas au contraire où l'avantage serait pour un tuyau qui ne coulerait pas plein, parce que l'augmentation de la pente et du rayon moyen peut influer davantage sur la vîtesse que la diminution relative de la section. C'est une suite de la propriété de la forme circulaire. Nous aurions desiré rapporter à ce sujet une expérience dans laquelle, après avoir fait couler

sous l'eau le tuyau d'un pouce, avec une petite charge, nous le fîmes ensuite couler en l'air avec la même charge à sa tête; et il nous donna alors un peu plus de dépense, quoiqu'à l'extrémité inférieure l'eau se fût abaissée jusqu'auprès de l'axe: mais nous en avons égaré les résultats, que nous ne jugions pas alors devoir être intéressants.

351. Quoiqu'il en soit, quand on n'aura, dans la pratique, qu'une petite pente à donner à un tuyau, il sera toujours plus prudent de le faire dégorger sous l'eau, ou du moins de recourber son extrémité inférieure en gueule-bée horizontale, pour l'obliger à couler toujours plein; bien entendu qu'on adoucira le coude que cette opération occasionne.

Nous avons borné à un assez petit nombre nos expériences sur les tuyaux de conduite; et même celles que nous avons faites sur les tuyaux courts d'un pouce de diametre, et sur celui de 2 pouces, dont la longueur est bornée à 21 pieds 3 pouces 3 lignes, ne peuvent pas se rapporter à notre théorie, parce que le régime de l'eau n'y était pas encore parvenu à l'uniformité : mais il eût été superflu de répéter les expériences déja faites par M. l'abbé Bossut, à l'exactitude et à la précision desquelles on ne peut rien ajouter. Nous en avons fait usage dans le tableau général rapporté ci-devant (55); et elles nous ont été du plus grand secours pour trouver la marche de la résistance, comparée à la vîtesse, et à la grandeur des lits.

352. C'est ici le lieu d'avertir que notre théorie ne doit point s'appliquer aux conduites des tuyaux qui ne coulent pas pleins, comme cela arrive principalement à ceux qui, étant inclinés, ont une charge moindre que la hauteur due à la vîtesse uniforme relative à leur pente et à leur diametre. M. l'abbé Bossut a fait couler un tuyau de 16 lignes de diametre, incliné à la pente $\frac{1}{8,8}$ avec une charge de 10 pouces à la tête. Son but était de connaître à quelle pente ce tuyau aurait donné la même dépense à toutes les longueurs. Suivant notre théorie, la réponse à cette question est bien simple : cela aurait lieu à toutes sortes de pentes, pourvu que la charge sur la tête du tuyau soit égale à la hauteur due à la vîtesse : ce qui rentre dans le cas d'une riviere. Mais la pente que M. l'abbé Bossut avait adoptée devant donner une vîtesse dont la hauteur due était d'environ 12 pouces, tandis que la charge réelle n'était que de 10 pouces, la vîtesse à l'origine n'était due qu'à 10 pouces de hauteur. Ainsi la pente tendait à augmenter cette vîtesse ; ce qui ne pouvait arriver que par la diminution de la section, c'est-à-dire quand le tuyau cessait de couler plein. Il peut, à la vérité, se faire que dans ce cas, c'est-à-dire quand les charges sont trop petites, les parties inférieures entraînent les supérieures, et accélerent leur mouvement, par l'effet de la viscosité de l'eau, et de la pression de l'atmosphere, qui s'oppose à la formation d'un vide dans le tuyau. La vîtesse due à la charge peut donc aug-

menter un peu, sur-tout si les tuyaux sont fort longs. Mais cette augmentation doit être peu sensible dans les gros tuyaux, dans lesquels la section peut s'abaisser librement et donner lieu à un courant d'air dans la partie supérieure. Cela arrivera plus aisément s'il y a quelque ouverture dans la paroi supérieure du tuyau, comme l'avait fait M. l'abbé Bossut. Loin que l'eau tendît à sortir par une pareille ouverture, et qu'elle y exerçât une pression, l'air extérieur devait y entrer. Mais, quand les tuyaux sont d'un petit diametre, il n'est guere possible que l'eau quitte la paroi supérieure, et livre un passage à l'air au-dessus d'elle. Ainsi leur dépense se réglera, non sur la charge à la tête, mais sur la hauteur entiere du réservoir, et elle rentrera dans la regle générale.

353. M. Couplet donna dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1732, des recherches sur le mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite, fondées sur les expériences qu'il avait faites lui-même sur les conduites d'eau de Versailles. La plupart des tuyaux qu'il employa étaient trop défectueux pour qu'on puisse compter sur leurs résultats. Le déchet dans la dépense y est considérable, et peut s'attribuer à deux causes relatives aux sinuosités. De son aveu, il n'y avait presque point de ventouses aux angles supérieurs. On sait néanmoins que cette précaution est indispensable pour prévenir la stagnation de l'air qui s'y cantonne. Les angles inférieurs étaient vraisemblablement encombrés de dépôts terreux

amassés à la longue. Ces deux causes réunies concouraient à diminuer la section, et par conséquent aussi la dépense, indépendamment du choc que l'eau éprouvait contre les coudes des sinuosités, qui étaient très-brusques. Tous ces inconvénients étaient moindres dans le tuyau de 5 pouces; et M. Couplet le jugeait sans doute le meilleur, puisqu'il a pris à tâche d'en varier les charges, afin de s'y procurer six expériences différentes. Toutes les six présentent effectivement des résultats conformes à la théorie, et les vîtesses étaient assez petites pour rendre insensible la résistance des coudes. On pourrait s'étonner que, dans quelques-unes, les vîtesses calculées (55) surpassent celles de l'expérience. Mais il faut observer que M. Couplet se servait, pour mesurer les dépenses, d'une jauge qui ne contenait que 896 pouces cubes; et que le temps nécessaire pour la remplir n'étant que de quelques secondes, il pouvait aisément se tromper à l'égard de la dépense. Le tuyau de 18 pouces de diametre ne présente non plus que des sinuosités bien adoucies. On peut voir les profils de ces tuyaux, Mém. de l'Acad. année 1732, ou Archit. Hydr. liv. III, chap. 2.

CHAPITRE III.

Sur le mouvement de l'eau dans les tuyaux coudés : expériences pour fonder une théorie sur les sinuosités des rivieres.

354. QUAND une riviere a des sinuosités, comme cela arrive presque toujours, il y a lieu de croire que leur effet est de troubler, à chaque coude, l'uniformité qui aurait lieu dans un lit direct, et de rendre plus grande la seule dimension qui puisse être sensiblement variable, à raison des coudes, je veux dire la profondeur du courant ou la section. L'uniformité de la pente peut bien essuyer des altérations locales, et la surface du courant devenir une suite de plans différemment inclinés, à raison de la différente résistance. Mais l'effet résultant de la somme de ces résistances est nécessairement une perte quelconque de la vitesse qui aurait lieu dans un lit égal, s'il était droit.

Objet des expériences sur les tuyaux coudés.

355. On sent bien qu'il y aurait des difficultés extrêmes à faire des expériences directes sur la résistance des sinuosités des rivieres. Il est si facile de se tromper sur la mesure des pentes, les sinuosités sont souvent si irrégulieres, la mesure de la vitesse moyenne si difficile à saisir dans un

courant fréquemment réfléchi par des rives, qu'il y aurait de la témérité d'en entreprendre une suite suffisante; ou du moins, si on osait les tenter, les résultats seraient si délicats, qu'on n'en pourrait rien tirer de certain pour fonder une théorie.

Nous avons donc cru que, comme la loi du mouvement uniforme de l'eau ne se rend nulle part plus facile à saisir que dans les tuyaux de conduite, il en devait être de même pour celle-ci, qui peut se montrer réguliere dans son irrégularité, et donner une marche d'autant plus certaine, qu'on a dans les tuyaux plus de facilité de varier les expériences, et de mesurer les pentes et les dépenses.

C'est une méthode excellente, dans la recherche des vérités obscures et difficiles, de supposer une théorie préexistante, fondée sur les principes les plus probables, d'après laquelle on détermine le choix de quelques expériences très-directes, et propres à mettre en évidence la fausseté ou l'exactitude des principes qu'on a supposés. Nous avons suivi cette méthode en comparant, à vîtesses égales, les charges de deux tuyaux, dont l'un est droit et l'autre coudé, et en faisant trois suppositions qui paraissent conformes à la nature des choses. La premiere, que la résistance d'un coude dans un tuyau, peut être représentée par une charge quelconque employée à la vaincre. La seconde, que cette charge n'est réguliere et appréciable que quand la masse de la veine fluide, après

avoir choqué l'arrondissement du coude, est réfléchie dans la partie suivante qu'on suppose droite, en faisant l'angle de réflexion égal à celui d'incidence; et la troisieme, que la résistance ou le choc est proportionnelle au quarré du sinus de l'angle d'incidence ou de réflexion.

Ces suppositions sont conformes aux lois ordinaires du mouvement et à la théorie communément reçue : il reste à voir si l'expérience les avoue ou les contredit. Pour cela, nous avons choisi les moyens qui suivent.

Préparations aux expériences.

356. On a d'abord choisi trois angles de bricole ou d'incidence, qui fussent tels, que les quarrés de leurs sinus fussent en progression géométrique double; et on s'est fixé à 24° 34'; 36°, et 56° 14', dont les sinus élevés au quarré sont 0,172848; 0,345485, et 0,691059, en supposant le sinus total égal à l'unité.

Ayant ensuite fixé à 1 pouce et 2 pouces les diametres des tuyaux qui devaient être soumis à l'expérience, on a fait faire les tuyaux coudés suivans.

Tuyau coudé d'un pouce de diamètre.

Fig. 33. N° 1. Tuyau coudé dont l'arrondissement est en plomb et les branches droites en fer-blanc, faisant un angle de coude de 130° 52', ou un angle au centre de 49° 8'. Le rayon de l'arrondissement

extérieur est égal à $\overset{\text{po.}}{5},5245$. On a eu soin que la jonction du fer-blanc avec le plomb fût faite avec précision, sans bourrelet intérieur ni bavure. Les branches droites ont 8 pouces chacune, et l'angle de bricole est de 24° 34'.

N° 2. Tuyau coudé fait avec les mêmes précautions que le précédent, sous un angle de coude de 81° 44', ou un angle au centre de 98° 16'. Le rayon de l'arrondissement extérieur est le même qu'au n° 1; la longueur des branches droites est de 6 pouces; et il s'y forme deux bricoles dont l'angle d'incidence est de 24° 34'.

N° 3. Tuyau coudé à deux courbures, sous un angle de coude de 130° 52', ou sous deux angles au centre de 98° 16', et 49° 8'. Le rayon des arrondissements est le même qu'aux premiers : la longueur des branches droites est de 4 pouces. Il s'y forme trois bricoles dont l'angle d'incidence est de 24° 34'.

N° 4. Tuyau coudé à deux courbures opposées et égales, sous un angle de coude nul, et sous deux angles au centre, de 98° 16' chacun. Le rayon des arrondissements est le même qu'aux trois premiers. La longueur des branches droites est de 1 pied 9 pouces. Il s'y forme quatre bricoles égales, dont les angles d'incidence sont de 24° 34'.

N° 5. Tuyau coudé sous un angle de coude de 108°; ou un angle au centre, de 72°. Le rayon de l'arrondissement intérieur n'est que de $\overset{\text{po.}}{2},618$. La longueur des branches droites est de 9 pouces. Il

s'y forme une seule bricole dont l'angle d'incidence est de 36°.

N° 6. Tuyau coudé sous un angle de coude de 36°; ou un angle au centre, de 144°. Le rayon de l'arrondissement est le même qu'au n° 5. La longueur des branches droites est de 7 pouces 6 lig. Il s'y forme deux bricoles dont l'angle d'incidence est de 36°.

N° 7. Tuyau coudé à deux courbures, sous un angle de coude de 108°; ou deux angles au centre, l'un de 144°, et l'autre de 72°. Le rayon des arrondissements extérieurs est le même qu'au n° 5. La longueur des branches est de 6 pouces 6 lignes. Il s'y forme trois bricoles égales dont l'angle d'incidence est de 36°.

N° 8. Tuyau coudé à deux courbures opposées et égales, faisant un angle de coude nul; ou deux angles au centre, de 144° chacun. Le rayon des arrondissements extérieurs est le même qu'au n° 5. La longueur de chaque branche droite est de 4 pouces. Il s'y forme quatre bricoles égales dont l'angle d'incidence est de 36°.

N° 9. Tuyau coudé sous un angle de coude, de 67° 32'; ou un angle au centre, de 112° 28'. Le rayon de l'arrondissement extérieur n'est que de 1,1257 po. La longueur de chaque branche est de 9 pouces. Il s'y forme une seule bricole dont l'angle d'incidence est de 56° 14'.

N° 10. Tuyau coudé sous un angle de coude, de 81°; ou un angle au centre, de 99°. Le rayon

de l'arrondissement extérieur est de $\overset{\text{po.}}{1,1257}$, comme au n° 9; et la longueur des branches la même. Il ne s'y forme qu'une bricole irréguliere, par laquelle la veine fluide n'est pas renvoyée dans l'axe du tuyau inférieur.

Tuyaux coudés, de 2 pouces de diametre.

N° 11. Tuyau coudé sous un angle de coude de 81° 44'; ou un angle au centre, de 98° 16'. Le rayon de l'arrondissement extérieur est de $\overset{\text{po.}}{11,049}$; et la longueur de chaque branche est de 13 pouces. Il s'y forme deux bricoles dont l'angle d'incidence est de 24° 34'.

N° 12. Tuyau coudé à deux courbures, sous un angle de coude nul, et sous deux angles, au centre de 98° 16' chacun. Le rayon de l'arrondissement extérieur est de $\overset{\text{po.}}{11,049}$. La longueur des branches droites est de 5 pouces chacune. Il s'y forme quatre bricoles égales dont l'angle d'incidence est de 24° 34'.

N° 13. Tuyau coudé sous un angle de coude de 108°; et un angle au centre, de 72°. Le rayon de l'arrondissement extérieur est de $\overset{\text{po.}}{5,236}$. La longueur des branches droites est de $\overset{\text{po.}}{19\frac{1}{2}}$ chacune; et il s'y forme une seule bricole dont l'angle d'incidence est de 36°.

N° 14. Tuyau coudé à deux courbures opposées et égales, sous un angle de coude nul, et sous deux angles au centre, de 144° chacun. Le rayon

de l'arrondissement extérieur est de 5$^{po.}$,236, comme le précédent. La longueur des branches droites est de 11 pouces chacune; et il s'y forme quatre bricoles égales, dont l'angle d'incidence est de 36°.

N° 15. Tuyau coudé sous un angle de coude de 67° 32′, et sous un angle au centre, de 112° 28′. Le rayon de l'arrondissement extérieur n'est que de 2$^{po.}$,2514. La longueur des branches droites est de 1 pouce 9 lignes chacune; et il s'y forme une seule bricole dont l'angle d'incidence est de 56° 14′.

357. J'ai rendu compte, au commencement du deuxieme chapitre, de l'appareil qui nous a servi à faire les expériences suivantes : je me contenterai d'ajouter que nous avons toujours eu soin que chaque expérience sous les tuyaux coudés répondît à une expérience sur un tuyau droit dont la longueur fût égale au développement du tuyau coudé, afin que la résistance relative au frottement sur la longueur des tuyaux étant la même dans les deux cas, attendu que la vîtesse était aussi la même, la différence des charges fût uniquement due à la résistance des coudes.

Nos. des expér.	Numéros des tuyaux coudés.	Charges à la tête des tuyaux droits, exprimées en pouces.	Charges à la tête des tuyaux coudés, exprimées en pouces.	Vitesse par seconde des tuyaux droits, et des tuyaux coudés, exprimée en pouces	Nombre des bricoles et des degrés des angles d'incidence.	Augmentation de charge, à cause des coudes, pour imprimer la même vitesse.
Tuyaux d'un pouce de diametre; longueur, 24 pouces.						
		po.	po.	po.	bric.	po.
86.	8.	36,25	41,0	122,59	4 de 36°	4,75
87.	8.	27,0	30,5	106,453	4 de 36°	3,5
88.	8.	18,0	20,33	84,848	4 de 36°	2,33
89.	8.	9,0	10,08	59,247	4 de 36°	1,08
Tuyau d'un pouce de diametre; longueur, 117 pouces.						
90.	7.	36,0	38,49	84,945	3 de 36°	2,49
91.	6.	36,0	37,5	84,945	2 de 36°	1,5
92.	5.	36,0	36,75	84,945	1 de 36°	0,75
93.	4.	36,0	37,5	84,945	4 de 24°. 34′	1,5
94.	3.	36,0	37,12	84,945	3 de 24°. 34′	1,12
95.	2.	36,0	36,75	84,945	2 de 24°. 34′	0,75
96.	1.	36,0	36,37	84,945	1 de 24°. 34′	0,37
97.	9.	36,0	42,0	84,945	1 de 56°. 14′	6,0
98.	10.	36,0	41,9	84,945	1 irrégoliere.	5,9
99.	8.	18,0	19,5	58,438	4 de 36°	1,5
100.	6.	18,0	18,75	58,438	2 de 36°	0,75
101.	5.	18,0	18,37	58,438	1 de 36°	0,37
102.	4.	18,0	18,75	58,438	4 de 24°. 34′	0,75
103.	9.	18,0	19,5	58,438	1 de 56°. 14′	1,5
104.	8.7.6.5.	26,945	32,85	71,59	10 de 36°	5,905
Tuyaux d'un pouce de diametre; longueur, 138,5 po.						
105.	8.	20,95	22,59	58,808	4 de 36°	1,64
106.	8.	6,0	6,41	29,33	4 de 36°	0,41
Tuyau d'un pouce de diametre; longueur, 737 pouces.						
107.	8.	23,7	24,09	28,657	4 de 36°	0,39
Tuyaux de 2 pouces de diametre; longueur, 255 $\frac{1}{4}$ pouces.						
108.	14.	$16\frac{2}{3}$	$17\frac{2}{3}$	58,72	4 de 36°	1,33
109.	14.	36,35	39,25	86,308	4 de 36°	2,90
110.	11. 12. 13. 14. et 15.	36,35	45,09	86,308	6 de 24°. 34′ 5 de 36° 1 de 56°. 14′	8,64

Réflexions sur ces expériences.

358. Après ce que nous avons dit ci-devant (101 et suiv.), il reste peu d'observations importantes à faire sur la résistance des coudes. On remarque cependant qu'elle est moindre à proportion dans les tuyaux courts, c'est-à-dire dans ceux où le régime n'est pas encore établi, parce que la vîtesse y est plus grande qu'elle ne doit être dans le mouvement uniforme. On remarque principalement cet effet dans les expériences 86, 87, 88 et 89, et dans celles 108 et 109; car, quoique le tuyau de 2 pouces eût 255 $\frac{1}{4}$ pouces de longueur, son régime n'était pas encore exact. (Voyez le § 246).

CHAPITRE IV.

Sur le mouvement de l'eau dans les syphons : expériences à ce sujet.

359. Les causes qui modifient le mouvement d'oscillation de l'eau dans les syphons, ont beaucoup d'analogie avec celles qui fixent le mouvement uniforme dans les tuyaux de conduite. La résistance altere le mouvement dans les premiers jusqu'à l'anéantir tout-à-fait, après un certain nombre d'oscillations. Dans les seconds, elle s'oppose à l'augmentation de la vîtesse en la bornant. Dans les uns et les autres, elle est produite par

les mêmes causes ; c'est ce qui me détermine à placer ici les expériences que nous avons faites sur les oscillations de l'eau dans les syphons.

Objet de ces expériences.

360. Il importait de prouver que la pression n'influe point sur l'intensité de la résistance dans les lits ou l'eau se meut; c'est-à-dire que le frottement des fluides n'est relatif qu'à l'étendue de la surface, et non à la hauteur du fluide. Or les syphons sont très-propres à éclaircir cette vérité : car on sait que l'eau oscille dans les syphons en temps égaux à ceux d'un pendule dont la longueur est égale à la moitié de celle de la colonne fluide en mouvement. Ainsi, en faisant osciller l'eau dans deux syphons de même diametre et de même longueur, mais de figure différente, en sorte que les branches montantes de l'un soient très-hautes en comparaison de celles de l'autre, il est évident que si la pression augmente la résistance, le mouvement devra cesser plus tôt dans le premier que dans le second.

Les durées des oscillations étant égales pour un même syphon, les vîtesses du fluide oscillant peuvent être représentées par la longueur d'une oscillation, et les résistances par la perte du mouvement dans chacun. Si donc les résistances sont comme les quarrés des vîtesses, les pertes du mouvement doivent se trouver proportionnelles aux quarrés des longueurs des oscillations ou des amplitudes.

Enfin, si les résistances sont simplement proportionnelles aux surfaces, les syphons de longueur égale, mais de diametres différents, doivent perdre la même quantité de mouvement dans des temps proportionnels à leur rayon moyen, c'est-à-dire, au quotient de leur section divisée par leur paroi. C'est dans ces différentes vues que nous fimes préparer les syphons suivants.

Préparations aux expériences.

361. Je fis faire d'abord quatre syphons de fer-blanc. Le premier, n° 1, avait un pouce de diametre en dedans; il était composé de deux branches verticales de 4 pieds de hauteur chacune, jointes ensembles par un arrondissement en demi-cercle fait en plomb, et travaillé sur un mandrin ou moule préparé exprès. L'écartement entre les axes des branches montantes était de 8 pouces 10 lignes.

Le second syphon, n° 2, était un tuyau d'un pouce de diametre comme le premier; mais ses branches montantes n'avaient qu'un pied de hauteur, tandis que la partie horizontale qui les joignait avait 7 pieds 6 pouces de longueur. Les arrondissements qui joignaient les branches avec la tige étaient faits en plomb; mais ils étaient beaucoup plus courts qu'au n° 1, et leur rayon n'excédait pas 2 pouces.

Le troisieme syphon, n° 3, était un tuyau de 2 pouces 1 ligne de diametre, semblable pour la figure au n° 1.

Le quatrieme syphon, n° 4, avait aussi 2 pouces 1 ligne de diametre, et il était semblable pour la figure au n° 2.

Comme il était aisé de prévoir que la duréo totale du mouvement serait d'autant plus grande que le diametre des tuyaux serait plus grand, je fis faire un cinquieme syphon, n° 5, dont le diametre intérieur était de 3 pouces. Sa longueur développée était de 9 pieds 6 pouces, et ses branches montantes, distantes de 19 pouces 4 lignes d'axe en axe, étaient jointes par un arrondissement en demi-cercle, fait en plomb, et contourné sur un mandrin ou moule de bois.

Enfin, pour comparer ensemble des oscillations différentes en durée, je fis scier par le milieu l'arrondissement du n° 5, après qu'il nous eut servi pour les premieres expériences, et j'y fis souder une branche horizontale de 25 pieds de longueur, d'où il résulta un nouveau syphon, n° 6, dont la longueur développée était de 34 pieds.

362. Pour mesurer avec exactitude l'ascension et la descente alternative de la surface de l'eau dans les syphons, nous nous sommes servis d'un petit flotteur composé d'un morceau de liége, traversé par une tige très-déliée de bois-blanc. A l'extrémité inférieure de cette tige était fixée une balle de plomb qui tenait lieu de lest, et mettait le flotteur en état de porter sa tige droite, sans essuyer de frottement, du moins trop sensible, contre le bord supérieur de l'orifice du syphon. On versait dans le syphon la quantité d'eau né-

cessaire pour que la colonne fluide eût un développement convenable; et on plaçait le flotteur sur l'eau dans une des branches montantes. Sur l'orifice horizontal de cette branche, nous placions une petite équerre de dessinateur, de bois d'ébene, percée dans son milieu d'un trou rond, dont les bords étaient bien adoucis; et, ayant déterminé quelle élévation nous voulions prendre pour la moitié de la premiere oscillation, nous faisions, avec de l'encre, une marque bien visible à la tige du flotteur, à une hauteur égale à cette élévation, à partir de la face supérieure de l'équerre. Nous observions encore qu'il restât sur les côtés de l'équerre un vide suffisant, outre l'ouverture que laissait le cercle de l'équerre, pour laisser à l'air la liberté d'entrer dans le tuyau et d'en sortir, en suivant le mouvement alternatif de l'eau.

Tout étant ainsi disposé, on plaçait verticalement un pied droit sur l'équerre, parallèlement à la tige du flotteur, pour servir à mesurer de l'œil la quantité de pouces et de lignes dont la marque faite à la tige s'élevait au-dessus de l'équerre à chaque oscillation.

Il faut de bons yeux, de l'attention, et une grande habitude pour bien faire ces expériences. Mais en usant, comme nous l'avons fait, de la précaution de n'en tenir aucune pour bonne, qu'après l'avoir répétée plusieurs fois, et en prenant des moyennes entre les mesures qui se trou-

vaient différer, nous nous sommes assurés d'une exactitude suffisante.

363. Je ne dois pas oublier de dire que, tant que nous n'avons eu à produire que des oscillations de 3 à 4 pouces, nous nous sommes contentés de souffler dans la branche du syphon, opposée au flotteur, pour mettre l'eau en mouvement. L'expérience ne commençait, et n'était tenue pour bonne, que quand le hasard faisait que la marque du flotteur répondait juste au niveau du dessus de l'équerre, au commencement d'uné oscillation; tellement que l'élévation de l'eau au-dessus de son niveau moyen fût égale à la quantité convenue; et ensuite, aux retours successifs de la marque, après chaque double oscillation, on observait à quel nombre de pouces et de lignes elle répondait au-dessus de l'équerre.

Mais quand nous voulûmes produire des oscillations de 2 pieds dans un tuyau de 3 pouces de diametre, la force des poumons n'y pouvait plus suffire, et il fallut imaginer un autre moyen. Nous nous fixâmes à celui-ci, qui est très-simple. On vida de sa moëlle une branche de sureau d'environ 2 pieds de long, et on lia à l'un des bouts une vessie de bœuf fraîche; on introduisait cette vessie dans la branche du syphon, et on la soufflait ensuite pour lui faire remplir avec effort la partie du tuyau où elle se trouvait; ensuite on bouchait avec le doigt le haut du bâton de sureau, et on retirait le tout avec une vîtesse modérée : l'eau suivait la vessie, qui faisait la fonction d'un pis-

ton de pompe, et s'élevait à la hauteur qu'on voulait. Tel était l'appareil fort simple de ces expériences : en voici les résultats.

CXI^e EXPÉRIENCE.

Syphon, n° 1 ; *diametre*, 1 *pouce*.

	pi.	po.	lig.
Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon..............	7	8	7
Élévation de la colonne au-dessus du niveau naturel, en commençant la premiere oscillation.............	0	3	3 $\frac{1}{2}$

L'eau a fait 18 oscillations isochrônes en 21 secondes.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.
0	3	3 $\frac{1}{2}$	10	0	8 $\frac{1}{2}$
2	2	6	12	0	5 $\frac{1}{2}$
4	1	10 $\frac{1}{2}$	14	0	3 $\frac{1}{2}$
6	1	4 $\frac{1}{2}$	16	0	1 $\frac{1}{2}$
8	0	11 $\frac{1}{2}$	18, etc., négligé le reste.		

CXII^e EXPÉRIENCE.

Syphon, n° 2 ; *diametre*, 1 *pouce*.

	pi.	po.	lig.
Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon..............	8	1	5
Élévation de la colonne d'eau au-dessus du niveau naturel, en commençant la premiere oscillation.....	0	3	3 $\frac{1}{2}$

L'eau a fait 14 oscillations en 16 secondes et demie.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.
0	3	3 ½	8	0	8 ½
2	2	7 ½	10	0	3
4	1	11 ½	12	0	0 ½
6	1	2 ½	14, etc., négligé le reste.		

CXIII[e] EXPÉRIENCE.

Syphon, n° 3; *diametre*, 2 *pouces* 1 *ligne*.

	pi.	po.	lig.
Longueur développée de la colonne d'eau	7	8	7
Élévation de la colonne d'eau, au-dessus du niveau naturel, en commençant la premiere oscillation	0	3	3 ½

L'eau fait a 26 oscillations en 30 secondes.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.
0	3	3 ½	18	0	10
2	2	9 ½	20	0	8 ½
4	2	5	22	0	7
6	2	1	24	0	5 ½
8	1	10	26	0	4 ½
10	1	7 ½	28	0	3 ½
12	1	4	30	0	2 ½
14	1	1 ½	32	0	2
16	0	11 ½	34, etc., négligé le reste.		

CXIV^e EXPÉRIENCE.

Syphon, n° 4; *diametre*, 2 *pouces* 1 *ligne*.

	pi.	po.	lig.
Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon	8	1	5
Elévation de la colonne d'eau au-dessus du niveau naturel, en commençant la premiere oscillation	0	3	4

L'eau a fait 30 oscillations en 35 secondes.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.
0	3	4	18	0	7 ½
2	2	10	20	0	5
4	2	4	22	0	4
6	1	10	24	0	3
8	1	6	26	0	2
10	1	2	28	0	1 ½
12	0	11	30	0	1
14	0	9 ½	32	etc.	
16	0	8	34, etc., négligé le reste.		

CXV^e EXPÉRIENCE.

Syphon, n° 5; *diametre*, 3 *pouces*.

	pi.	po.	lig.
Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon	8	1	5
Élévation de la colonne d'eau au-dessus du niveau naturel, en commençant la premiere oscillation	1	0	0

L'eau a fait 52 oscillations en 60 secondes ½.

Nota. Nous avons tâché de donner plus particulièrement encore à cette expérience, toute la précision dont elle était susceptible.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation.		Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation.	
	po.	lig.		po.	lig.
0	12	0	54	0	9
2	10	4	56	0	8
4	9	1	58	0	7 +
6	8	0	60	0	6 +
8	7	1	62	0	5 $\frac{3}{4}$
10	6	3 $\frac{3}{4}$	64	0	5 $\frac{1}{2}$
12	5	8 $\frac{1}{2}$	66	0	5 +
14	5	2	68	0	4 $\frac{1}{3}$
16	4	8	70	0	4
18	4	3	72	0	3 $\frac{1}{2}$ +
20	3	9 $\frac{1}{2}$	74	0	3 $\frac{1}{4}$
22	3	5	76	0	3
24	3	1	78	0	3 —
26	2	9	80	0	2 $\frac{1}{2}$ —
28	2	6	82	0	2 $\frac{1}{3}$
30	2	3	84	0	2 +
32	2	0 $\frac{1}{2}$	86	0	2
34	1	10 $\frac{1}{3}$	88	0	1 $\frac{3}{4}$
36	1	8	90	0	1 $\frac{1}{2}$ +
38	1	6 $\frac{1}{3}$	92	0	1 $\frac{1}{3}$ —
40	1	4 $\frac{1}{2}$	94	0	1 $\frac{1}{4}$
42	1	3 $\frac{1}{3}$	96	0	1
44	1	2	98	0	1 —
46	1	1	100	0	0 $\frac{3}{4}$
48	1	0	102	0	0 $\frac{2}{3}$
50	0	11	104	0	0 $\frac{1}{2}$
52	0	10	106	0	0 $\frac{1}{4}$ +

CXVI^e EXPÉRIENCE.

Syphon, n° 6; *diamètre*, 3 *pouces*.

	pi.	po.	lig.
Longueur développée de la colonne d'eau dans le syphon.......	32	5	8
Élévation de la colonne d'eau au-dessus du niveau naturel, en commençant la premiere oscillation....	0	3	4

L'eau a fait 38 oscillations en 89 secondes, ou 26 en 60″ ½.

Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. po.	lig.	Nombre des oscillations.	Hauteur d'une demi-oscillation. p.	lig.
0	3	4	26	0	5 ¾
2	2	11	28	0	4 ¾
4	2	6 ⅓	30	0	4
6	2	2 ½	32	0	3 ¼
8	1	10 ¾	34	0	2 ⅔
10	1	7 ⅔	36	0	2
12	1	5	38	0	1 ⅔
14	1	2 ½	40	0	1 ¼
16	1	0 ¼	42	0	1
18	0	10 ½	44	0	0 ⅔
20	0	9	46	0	0 ½
22	0	8	48	0	0 ¼
24	0	6 ¾	50	0	0 ⅛

Réflexions sur ces expériences.

364. Il paraît que la pression de l'eau contre les parois, est totalement étrangere à la résistance que l'eau éprouve en oscillant : car on peut re-

marquer, dans les expériences 112 et 114, que la pression moyenne de l'eau contre les parois du tuyau, était beaucoup moindre que dans les expériences 111 et 113. Les vîtesses y étaient aussi un peu moindres, parce que la colonne fluide était un peu plus courte : deux raisons pour que la résistance y fût moindre et que le mouvement durât plus long-temps. Mais, comme il est arrivé le contraire, il faut conclure que le plus ou le moins de pression n'influe point sur la résistance d'un lit, ni sur l'intensité du frottement. Il est probable que la seule cause de l'augmentation de la résistance qu'on remarque dans les syphons, nº 2 et nº 4, venait de la forme des arrondissements trop brusques qui joignaient la branche horizontale aux branches verticales.

La résistance dans les tuyaux dont les diametres sont différents, est à-peu-près proportionnelle à l'inverse du rayon moyen : car, en supposant que la résistance est à-peu-près proportionnelle à l'inverse des temps que le mobile emploie à perdre la même quantité de mouvement, on peut comparer les pertes de mouvement dans les expériences 101, 103 et 105, où les durées des oscillations sont sensiblement égales ; on verra que le mouvement diminue depuis 3 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$ jusqu'à 11 lignes $\frac{1}{2}$, dans des temps représentés par 8, 16 et 26 oscillations ; tandis que les rayons moyens sont :: 1 : 2 : 3.

On peut encore remarquer que, quand les vîtesses sont différentes, les résistances croissent en

moindre raison que le quarré de ces vîtesses. C'est ce qu'on voit par la comparaison des expériences 115 et 116 : car, le temps de la durée des oscillations dans la premiere n'étant que moitié de celui des oscillations de la seconde, la vîtesse y est double, et le quarré de cette vîtesse est quadruple du quarré de la vîtesse dans la seconde. Mais la longueur du syphon, dans la seconde expérience, est quadruple de la longueur du syphon dans premiere; d'où il faut conclure que les résistances ou les pertes de mouvement, devraient être égales dans les deux expériences pendant un même nombre d'oscillations : c'est cependant ce qui n'arrive pas; car la perte du mouvement dans l'expérience 115, pendant 26 oscillations, à compter de la 22e jusqu'à la 48e, est égale à la perte de mouvement dans l'expérience 116, pendant 16 oscillations, à compter depuis 0 jusqu'à la 16e oscillation. D'où il suit évidemment que la résistance croît en moindre raison que le quarré des vîtesses, comme nous l'avons suffisamment fait remarquer ailleurs, en parlant du mouvement uniforme.

365. Pour tirer quelque parti s grandes oscillations de la 115e expérience, on peut faire les remarques suivantes. La première moitié de la 3e oscillation est de $10^{po.},3333$, et la 2e peut être évaluée à $9^{po.},687$; ce qui donne une perte de mouvement de $0^{po.},646$ pendant une oscillation dont l'amplitude entière est de $20^{po.},0203$; et le temps

est 1″,1634. La longueur de la colonne qui se meut est égale à $97^{\text{po.}},4166$. Si on prend la perte de mouvement, ou la résistance pour une pente fictive sur la longueur de la colonne, on trouve cette pente égale à $\frac{1}{150,8}$: le tuyau ayant 3 pouces de diametre, son rayon moyen est $0^{\text{po.}},75$. Et si on calcule la vitesse moyenne uniforme qui conviendrait à ces données on trouve qu'elle serait égale à $23^{\text{po.}},0559$ pendant une seconde; ou à $26^{\text{po.}},823$, pendant la durée d'une oscillation du syphon. Mais, dans le même temps, le fluide contenu dans le syphon ne parcourt, par un mouvement varié, que $20^{\text{po.}},0203$. Ainsi il paraît que, dans ce cas-ci, le rapport de l'espace parcouru par un mouvement uniforme, à celui qui est parcouru par un mouvement varié, est égal à 1,34

Si on fait le même calcul pour la 15e oscillation, dont la première moitié est 5,166, et dont la seconde peut-être évaluée à 4,91, ce qui donne une résistance de $0^{\text{po.}},2566$, et une pente de $\frac{1}{379,64}$, on trouvera que l'espace qui serait uniformément parcouru pendant la durée d'une oscillation, serait de $15^{\text{po.}},75$; tandis que celui que le fluide parcourt par un mouvement varié pendant le même temps, n'est que de $10^{\text{po.}},0766$; ce qui donne le rapport 1,56.

Il paraît de là que l'effet de la viscosité est encore plus sensible ici que dans le mouvement uniforme, et qu'elle affecte de plus en plus le

mouvement à mesure qu'il diminue, par la raison que la vîtesse à la paroi est égale à celle de l'axe, et que tous les filets sont obligés de prendre le même mouvement.

CHAPITRE V.

Expériences sur le mouvement uniforme de l'eau, dans un canal factice.

366. L'OBJET des expériences qui suivent est d'analyser le mouvement de l'eau quand elle coule uniformément dans un lit quelconque, rectiligne, de quelque figure qu'il soit, et de vérifier si ce mouvement peut se rapporter entièrement à celui de l'eau dans les conduites circulaires. Pour cela il fallait un canal dont la section fût variable dans le rapport de ses dimensions et de sa figure, dont la dépense pût se mesurer exactement, et surpasser celle des conduites ordinaires, et dont il fût aisé de varier aussi les pentes. Cet appareil était d'autant plus nécessaire, que le même canal devait servir à observer le rapport des vîtesses de la surface et du fond d'un courant avec la vîtesse moyenne; à chercher à quelle vîtesse résistent, par leur inertie, différentes matieres dont le lit des rivieres est le plus communément composé; et à mesurer la dépense des réservoirs, ainsi que la hauteur et l'amplitude des remous produits par des retenues ou des piles de ponts.

Préparations aux expériences.

367. L'atelier des expériences était situé dans le terre-plain d'un ouvrage de la fortication dont l'emplacement était avantageux à bien des égards. Les fossés de cet ouvrage avaient environ 4900 toises quarrées de surface, et 5 à 6 pieds de profondeur d'eau. L'entrée et la sortie étaient fermées de bâtardeaux, dans lesquels étaient pratiquées des buses en maçonnerie avec des tampons de cuivre, qui fermaient bien hermétiquement. On pouvait, à volonté, remplir ou vider les fossés au moyen de ces buses, parce que celle de l'entrée prenait l'eau de l'Escaut, retenue par une écluse à vannes et poutrelles, qui sert à la navigation de cette riviere, et celle de sortie dégorgeait l'eau dans le bas Escaut, au-dessous de cette écluse, qui soutient ordinairement en été 7 à 8 pieds de hauteur d'eau. Cette chûte était suffisante pour nous procurer, 1° une prise d'eau suffisante; 2° une pente sur la longueur de notre canal factice; 3° un bassin inférieur dans lequel on pùt mesurer les dépenses du canal, et qu'on pût ensuite vider entièrement en l'écoulant dans le lit inférieur de la riviere. Notre atelier était d'ailleurs fermé de toutes parts, et assez sûr pour y pouvoir laisser l'équipage tout monté.

368. Mais la capacité du terre-plain étant bornée, je ne pouvais donner que 22 toises, ou 132 pieds de longueur au canal que je me proposais de faire; et il était douteux s'il serait possible de

faire couler l'eau dans un canal si court, avec la même uniformité qu'elle aurait naturellement dans un lit d'une longueur indéfinie. J'ai plusieurs fois desiré que ce canal eût 5 à 600 pieds de longueur, pour être plus assuré de l'uniformité du courant, et du parallélisme exact entre la surface de l'eau et le fond du canal. Mais il faut convenir qu'en gagnant de ce côté-là nous eussions perdu à bien d'autres égards, par l'impossibilité de varier fréquemment les pentes d'un canal si long, par la difficulté de mesurer ces pentes avec précision, par l'augmentation des frais de la premiere construction, par le temps qu'il aurait fallu mettre à une seule expérience, et, enfin, par les inconvénients d'un grand emplacement, qui n'aurait pu être qu'ouvert et situé dans des prairies pleines de bestiaux.

Il est donc assez probable que, si le canal que nous avons employé n'est pas le plus parfait, c'est pourtant celui qui était sujet aux moindres inconvénients.

369. Les madriers qui ont servi à la construction du canal avaient chacun 18 pouces de largeur, 3 pouces d'épaisseur, et près de 12 pieds de longueur. Ils étaient tellement préparés qu'ils pouvaient également servir à faire un canal de figure trapeze, ou un canal rectangulaire. Trois cours de madriers suffisaient pour le former. Le
Fig. 34. premier AB servait de fond, et deux autres CD, CD en étaient les côtés. Dans le canal trapeze, les côtés D et D des madriers reposaient sur le

fond, et s'y engageaient par un mentonnet qui se logeait dans une rainure triangulaire. Des clés EF, entaillées à chaque bout par leur face inférieure, embrassaient les bords supérieurs C, et fixaient la largeur du canal par le haut. Elles étaient espacées de 6 pieds en 6 pieds; en sorte qu'il s'en trouvait une sur chaque joint où les madriers se touchaient bout à bout, et une alternativement au milieu de la longueur de chaque madrier. Le poids seul des madriers rendait ferme cet assemblage fort simple. Le fond était calé avec des coins qui portaient sur des traversines GH, bien assises sur une petite fondation de pierres ou de briques; et c'était par le moyen de ces coins qu'on haussait ou baissait le canal à volonté, soit pour le mettre de niveau transversalement, soit pour lui donner une pente quelconque dans sa longueur. Les dimensions du canal trapeze, quand il était monté et appuyé sur ses clés, étaient de 5 $\frac{3}{4}$ pouces de largeur par le bas, et de près de 3 pieds par le haut. Le talus que formait chaque côté était dans la situation exacte de l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dans lequel ab = 16 pouces, ac = 27 pouces, bc = $21^{po.},748$. C'est d'après ces rapports que chaque section, et le développement de la paroi, ont été calculés pour chaque expérience.

370. Le canal rectangulaire se faisait avec les trois mêmes cours de madriers, en plaçant les côtés C et C contre les faces A et B du madrier Fig. 35.

qui servait de fond, et en les retenant dans cette position par des boulons à écrous qui traversaient de dehors en dehors. Ces boulons étaient espacés de 6 pieds en 6 pieds, et les écrous bien serrés avec une clé faite exprès. Pour maintenir les madriers dans la situation verticale, et empêcher l'écartement que le poids de l'eau aurait causé, on avait placé, comme au canal trapeze, des clés de bois, espacées aussi de 6 pieds en 6 pieds, dans lesquelles se logeait le mentonnet des madriers, qui pour lors se trouvait en haut.

A la tête du canal, joignant le fossé où se faisait la prise d'eau, était une vanne plus large que l'entrée du canal, qui se manœuvrait au moyen d'une manivelle placée à l'extrémité d'un arbre de fer, qui était garni de deux lanternes à fuseaux, lesquelles engrenaient dans deux crémailleres fixées à la vanne.

A l'autre extrémité du canal était adapté un *bac* ou caisse de 3 pieds $\frac{1}{2}$ en quarré, et de 14 pouces de profondeur. Un de ses côtés était entaillé pour se conformer à la section du canal, qui s'y joignait, et le tout était uni et retenu par quatre boulons à écrous, et par une forte barre de fer boulonnée à-la-fois avec le fond du canal et celui du bac. Dans les trois autres faces de cette caisse, que nous appelons *bac*, étaient pratiquées des vannes pour laisser échapper l'eau, à proportion que le canal en fournissait, en la tenant cependant à la hauteur nécessaire pour conserver l'uniformité de profondeur à la veine en mouvement.

371. Dès l'été de l'année 1780, j'avais fait pratiquer, contre le revêtement de la gorge de la demi-lune que bordait le bas Escaut, un bassin qui devait servir de jauge pour mesurer la dépense du canal. Il était fait avec soin en bonne maçonnerie, et revêtu intérieurement de pierres de taille dures. Il était aussi pavé de briques posées de champ, sur une fondation terminée par trois tas de briques de plat, afin qu'il ne pût pas perdre l'eau qu'il devait contenir, ni en admettre d'étrangere. C'est dans ce bassin que tombait l'eau qui s'échappait par les vannes du bac. Il avait exactement 12 pieds de longueur sur 9 de largeur dans œuvre : tellement que sa surface était de trois toises quarrées, ou de 15552 pouces quarrés; sa profondeur était de 5 pieds. Son fond était plus élevé que les eaux du bas Escaut, pour la facilité de le vider entièrement, comme je le dirai tout-à-l'heure. Nous avons fait des expériences, pendant lesquelles le canal dépensait jusqu'à 7000 pouces cubes d'eau par seconde; ainsi, l'eau devait s'élever dans le bassin, de près d'un demi-pouce dans le même temps, et le remplir entièrement en deux minutes : ce qui fait voir, d'une part, que sa capacité n'était pas trop grande, et que les fossés de l'ouvrage, qui nous servaient de réservoir, n'étaient que suffisants, quoiqu'ils eussent près de 5000 toises quarrées de surface, puisque cette surface devait baisser d'un pouce par heure, quand le canal faisait une aussi grande dépense.

Il n'y avait qu'une seule issue préparée pour vider le bassin dans le bas Escaut : c'était une buse ou canal de pierres de taille, qui traversait le mur du bassin, et celui du revêtement de la gorge de la demi-lune. Son entrée horizontale était garnie d'un cercle de cuivre de 8 pouces de diametre, scellé dans la pierre qui en couvrait la tête ; et dans ce cercle conique entrait un tampon de cuivre de même figure, arrondi au tour, et fermant très-exactement. Dans ce tampon était scellée une tige de fer suspendue verticalement à la tête circulaire d'un balancier, qui servait à lever ou descendre le tampon, selon qu'on voulait ouvrir ou fermer la buse. Ce débouché suffisait presque au débit de nos plus fortes expériences, au moyen d'une charge d'eau qui s'établissait d'elle-même au-dessus de l'orifice horizontal de l'entrée de la buse. Mais quand le canal fournissait peu, ou qu'il cessait de couler, le bassin se vidait entièrement, et son fond demeurait à sec.

372. Contre une des faces du bassin, dans l'emplacement le moins exposé au choc de l'eau, et aux courants qu'occasionnait le reversement du bac, était placé un instrument fort simple, mais très-nécessaire pour la mesure de la dépense du canal dans chaque expérience. C'est un prisme de fer-blanc, dont la coupe est un triangle équilatéral ; il est fermé de toutes parts, pour que l'eau ne puisse s'y introduire, et qu'il reste à flot. Au milieu d'une de ses trois faces rectangulaires, est

implantée et soudée une petite douille quarrée, dans laquelle entre et est assujettie une tringle de bois blanc de 3 lignes $\frac{1}{2}$ en quarré, et de 6 à 7 pieds de hauteur. Cette tringle glisse dans deux pitons le long d'une planche fixée au mur vertical du bassin; et le prisme, chargé du poids léger de la tringle, s'éleve ou s'abaisse avec l'eau du bassin, dont il suit les variations. Le sommet de la tringle marque les mêmes variations vers le haut de la planche contre laquelle elle glisse.

373. Après que le fond du canal avait été soumis à une pente exactement uniforme, au moyen de trois voyants, et qu'il avait été bien calé par-dessous, on garnissait les joints par où l'eau aurait pu s'échapper, avec une espece de mastic gras dont on verra ci-après la composition, et nous mesurions la pente du canal. Pour cet effet nous ne faisions usage d'aucun instrument; mais, après avoir introduit de l'eau dans le canal, nous le fermions exactement par les deux bouts, et nous attendions que l'eau y fût devenue bien dormante et sans mouvement. Nous prenions ensuite la profondeur de l'eau à chaque extrémité, et comptions pour la pente la différence des deux profondeurs. Ce moyen était le plus exact, et même le seul convenable dans les petites pentes, comme celle de 2 lignes pour 20 à 22 toises de longueur.

374. Tout étant disposé comme je viens de le dire, nous nous préparions à faire une expérience. L'eau du fossé étant plus haute que le fond du canal à sa tête, il fallait d'abord mesurer, avec

toute l'exactitude possible, de combien était cette supériorité. Pour cela, il ne convenait pas que la vanne d'entrée fût ouverte : car le courant qui se serait déterminé vers l'entrée du canal aurait fait prendre une pente quelconque à la surface de l'eau vers ce point ; et on aurait jugé la hauteur du réservoir trop petite. J'avais donc fait pratiquer dans les madriers qui formaient le canal, à 3 pieds de distance de son entrée, deux coulisses d'un demi-pouce en quarré. On faisait descendre dans ces coulisses une vanne postiche, dont on garnissait les joints avec du mastic ; et ouvrant ensuite la vanne de l'entrée, l'eau était soutenue dans cette petite partie du canal par la vanne postiche, au même niveau que dans le fossé. Lors donc qu'elle était devenue bien calme, on prenait la profondeur de l'eau à l'entrée du canal, avec un piédroit bien vérifié. En même temps on marquait un repere à la surface de l'eau, à quelques toises de distance de là, dans le fossé, contre les murs de revêtement, pour connaître le rapport de la hauteur de l'eau du fossé sur le fond du canal à la tête, non-seulement pour une expérience, mais pour toutes celles qui devaient suivre, tant qu'on ne changeait pas le canal de hauteur ou de pente.

375. Enfin, pour mesurer avec précision la profondeur d'eau qui se trouvait dans le canal pendant une expérience, et pour être assurés de l'uniformité de cette profondeur, il n'eût pas été exact de prendre cette mesure en plongeant une

regle dans l'eau courante : car on sait que, dans ce cas, l'eau s'éleve contre la regle, et y forme un remou qui empêche de distinguer le vrai point d'élévation de la surface au-dessus du fond. Pour ne pas tomber dans cet inconvénient, on avait placé un clou d'épingle dans la face verticale de chaque clé, du côté d'amont, à-plomb au-dessus du milieu de la largeur du canal. Tous ces clous étaient à la même hauteur au-dessus du fond, et se trouvaient par conséquent dans une même ligne inclinée, parallele au fond du canal. Ainsi, en mesurant combien il restait de hauteur, depuis la surface de l'eau jusqu'à chacun de ces clous (ce qu'il était aisé de faire avec beaucoup de justesse), on parvenait à connaître la vraie profondeur du courant à l'endroit de chaque clé. Nous pouvions aussi vérifier si cette profondeur était constante d'un bout à l'autre du canal, ou du moins, sur une longueur suffisante dans la partie inférieure : car il faut observer que, comme il y avait contraction d'orifice à l'entrée du canal, il s'y formait une chûte, et par conséquent une diminution de profondeur; mais la surface du courant se relevait ensuite par degrés, et l'eau du canal parvenait, à quelque distance de là, à l'uniformité de pente, de profondeur et de vîtesse que nous cherchions à lui procurer. Nous observions avec beaucoup de soin la hauteur de la chûte qui se faisait à l'entrée, c'est-à-dire la différence qu'il y avait entre la profondeur de l'eau sur le seuil de la vanne, avant

qu'elle fût ouverte, et la profondeur uniforme qui s'établissait dans le canal quand le courant y était réglé.

376. Toutes ces préparations étant faites, et la pente du canal étant aussi connue, voici comment se faisait une expérience. 1° On tenait ouverte une des vannes du bac, ou même deux, selon la dépense que devait faire le canal : on levait aussi le tampon de la buse du bassin ; le canal était nettoyé et débarrassé de tout ce qui aurait pu gêner le cours de l'eau. 2° On levait la vanne de l'entrée du canal, d'une hauteur suffisante pour qu'elle ne trempât plus dans l'eau. La première eau, après avoir parcouru la longueur du canal, allait frapper contre le côté opposé du bac, dont le plus souvent la vanne était fermée, et elle était obligée de s'écouler par les vannes collatérales. Tandis que l'eau tombée dans le bassin se vidait à mesure par le tampon, c'était le moment de régler les vannes du bac, en les levant ou les abaissant selon le besoin, c'est-à-dire en sorte que la dépense qu'elles faisaient étant égale à celle du canal, le courant eût une profondeur uniforme dans la moitié au moins de sa longueur vers l'aval (1).

(1) Nous avons observé que, quand la vanne de la prise d'eau était levée au point de ne plus toucher la surface de l'eau, elle ne dépensait pas davantage que quand elle l'était seulement d'une hauteur égale à la profondeur d'eau uniforme vers le bas du canal; quoique dans ce cas elle trempât encore dans l'eau.

Pour y parvenir, nous mesurions souvent, et à différentes reprises, la hauteur qui se trouvait depuis les clous des différentes clés jusqu'à la surface de l'eau courante. Si cette hauteur se trouvait moindre vers le bac que dans la partie supérieure, c'était une marque que les vannes du bac ne débitaient pas assez, et on les levait davantage. Si au contraire la hauteur dont j'ai parlé était plus grande, on les baissait un peu pour faire remonter la surface de l'eau. Ce tâtonnement se terminait enfin à l'égalité de hauteur, depuis chaque clou jusqu'à la surface de l'eau, et par conséquent à avoir dans le canal une profondeur d'eau aussi uniforme qu'il était possible. C'était l'instant qu'il fallait saisir pour faire l'expérience, c'est-à-dire pour mesurer la dépense du canal, par la hauteur dont l'eau qu'il fournissait pouvait s'élever dans le bassin pendant un temps donné, que nous ne commencions à compter qu'après que le tampon avait été, au préalable, fermé.

Pendant cette durée de temps, on allait vérifier, par le repere dont j'ai parlé tout-à-l'heure, la charge d'eau qu'il y avait sur la tête du canal et la profondeur du courant dans la partie où elle était uniforme, ce qui était enregistré aussitôt. C'est de cette maniere qu'ont été faites les expériences suivantes.

377. *Tableau d'expériences sur le mouvement uniforme de l'eau, dans un canal factice, ordonnées par rapport aux pentes du lit.*

Cotes des expér.	Pentes du canal.	Charge d'eau sur la tête du canal, exprimée en pouces.	Profondeur d'eau dans le canal, exprimée en pouces.	Section du canal, exprimée en pouces quarrés.	Parois du canal, exprimées en pouces.	Dépense par seconde du canal, exprimée en pouces cubes.	Vitesse moyenne uniforme par seconde, exprimée en pouces.
				Canal trapèze.			
		po.	po.	po.	po.	po.	po.
A		3,5	2,166	18,84	13,06	518,4	27,51
B*	$\frac{1}{212}$ . .	6,291	4,666	50,60	29,50	1463,4	28,92
C	$\frac{1}{412}$ . .	7,166	6,0	83,43	26,0	2264,4	27,14
D		3,333	2,833	27,2	15,31	497,2	18,28
E		4,333	3,666	39,36	18,13	799,2	20,30
F	$\frac{1}{427}$ . .	5,166	4,333	50,44	20,37	1128,6	22,37
G		5,50	4,666	56,43	21,50	1328,4	23,54
H	$\frac{1}{432}$ . .	8,083	6,75	100,74	28,53	2872,8	28,52
I		9,0	7,5	119,58	31,06	3607,2	30,16
K	$\frac{1}{432}$ . .	9,666	7,917	130,71	32,47	4168,8	31,89
L		10,0	8,083	135,32	33,03	4401,0	32,52
M		2,333	2,333	20,83	13,62	186,3	8,94
N	$\frac{1}{1728}$ . .	3,333	3,333	34,37	17,0	334,0	9,71
O		3,917	3,833	42,01	18,69	518,4	12,34
				Canal rectangulaire.			
P	$\frac{1}{456}$ . .	2,917	2,0	34,5	21,25	698,4	20,24
Q		6,583	5,0	86,25	27,25	2440,4	28,29
R	$\frac{1}{929}$ . .	2,333	2,0	34,5	21,25	468,0	13,56
S		2,042	2,042	35,218	21,33	324,0	9,19
T		3,0	3,0	51,75	23,25	626,22	12,10
V	$\frac{1}{1412}$ . .	4,416	4,416	76,187	26,08	1080,0	14,17
X		5,957	5,957	102,78	29,17	1598,4	15,55
Y		4,0	4,0	69,0	25,25	316,8	4,59
Z	$\frac{1}{9768}$ . .	9,0	9,0	155,25	35,25	885,6	5,70

* Dans l'expérience cotée B, on avait garni le canal d'une cloison de planches, qui le partageait d'un bout à l'autre en deux canaux trapezes égaux, et dont l'effet était d'augmenter la paroi, sans presque diminuer la section : l'épaisseur de ces planches était de 15 lignes.

378. Outre ces 23 expériences, qui sont précieuses à cause de la régularité et de l'uniformité du courant dans le canal, nous en fîmes beaucoup d'autres à des pentes semblables, et sous des sections plus ou moins grandes. Mais nous avons remarqué que le canal devenait extrêmement difficile à régler, ou s'y refusait même tout-à-fait, quand les pentes ou les sections devenaient un peu considérables. Cette difficulté venait de ce qu'il n'avait pas assez de longueur pour que le régime pût s'y établir avec uniformité, car les grandes vîtesses répondent toujours à de grandes pentes avec des sections médiocres, ou à des pentes médiocres avec de grandes sections, ou enfin à de grandes sections jointes à de grandes pentes. Or, dans tous ces cas, il y avait trop peu de distance depuis l'entrée du canal jusqu'au bac, pour que l'équilibre entre la résistance du lit et la force accélératrice de la veine fluide, pût s'établir pleinement.

Ainsi la profondeur de l'eau y était moindre qu'elle n'eût été à une plus grande longueur du canal; et par conséquent la dépense d'expérience, divisée par une section trop petite, nous faisait conclure une vîtesse trop grande. Mais nous étions avertis du désordre qui régnait encore dans le mouvement, par la difficulté de régler les vannes du bac et d'obtenir une profondeur uniforme sur certaine longueur du canal; au lieu que, quand les vîtesses conservaient la proportion convenable avec cette longueur, nous obtenions

sans peine et en peu de temps l'équilibre et l'uniformité, qui étaient l'indice d'un régime plus exact.

J'ai donc été obligé de partager en trois classes toutes nos expériences sur le canal factice. La premiere comprend celles où le régime était le mieux observé; elles sont rapportées dans le tableau précédent. La seconde conprend celles où le régime n'étant pas parfait, il y avait cependant assez d'uniformité dans la profondeur du courant pour pouvoir comparer les vîtesses de la surface à celle du fond, afin d'en connaître le rapport: nous en rendrons compte dans le chapitre suivant, en les joignant aux premieres pour en former un tableau général. Et enfin, la troisieme classe comprend celles où nous ne pouvions parvenir à régler le canal par les vannes du bac, soit qu'elles ne fissent pas assez d'effet quand les pentes étaient trop grandes, soit qu'elles en fissent trop quand les pentes étaient petites, soit enfin que ces deux causes se combinassent avec la grandeur de la section et la nature des pertuis par où l'eau s'écoulait. Ces dernieres expériences ont été tout-à-fait rebutées, comme donnant des résultats défectueux.

Quoi qu'il en soit, il ne sera pas inutile d'entrer ici dans quelques détails, et de rendre compte de ce que nous avons observé dans le mouvement de l'eau depuis son entrée dans le canal jusqu'au point où elle se fixait, du moins sensiblement, au mouvement uniforme.

Réflexions sur les expériences faites avec un canal factice.

379. L'eau du réservoir se dirigeait de tous côtés vers l'entrée du canal, avec une vîtesse et une pente qui allaient toujours en croissant, jusqu'à l'orifice où était placée la vanne de la prise d'eau. Là, il se faisait une chûte, et l'eau essuyait une contraction. La section, après s'être abaissée et rétrécie, s'élargissait ensuite, et l'eau allait choquer les parois du canal d'où elle était réfléchie en se contractant de nouveau; cet effet se répétait plusieurs fois, mais il diminuait de plus en plus. On remarquait que quand le canal était rectangulaire, la contraction y était beaucoup plus marquée que lorsqu'il avait la forme d'un trapeze. La hauteur verticale dont l'eau s'abaissait par sa chûte, produisait dans la veine contractée, une vîtesse trop grande pour pouvoir être continuée sans que la hauteur de la section augmentât: car le frottement relatif à cette vîtesse excédait la force accélératrice relative à la pente, ce qui obligeait l'eau de s'élever d'abord assez rapidement en contre-pente, ensuite de moins en moins, jusqu'à ce qu'elle eût atteint une section dont la vîtesse produisît une résistance convenable. L'élévation de la section faisait diminuer la résistance, en donnant lieu à une vîtesse moindre, et à un rayon moyen plus grand. Mais cette élévation ne se formait pas d'une maniere régulièrement progressive, parce que la

premiere chûte et la contre-pente qui la suivait, formaient une premiere ondulation qui se répétait plusieurs fois mais moins sensiblement, à mesure que l'eau s'éloignait de l'origine de son mouvement.

Telle est l'idée qu'on peut se faire du mouvement de l'eau à l'entrée d'un canal qui conserve une largeur uniforme. L'intensité des effets varie suivant la grandeur de la pente du lit, et la hauteur de l'eau du réservoir, au-dessus du fond du canal. La chûte à l'entrée est d'autant plus grande que le réservoir est plus élevé et la pente plus grande; et on sent bien qu'alors le point où le mouvement devient uniforme s'éloigne davantage de l'origine. Quand au contraire la pente, qui influe le plus dans tous ces mouvements, devient très-petite, les ondulations sont presque insensibles, et le cours de l'eau paraît uniforme à quelque distance de la vanne d'entrée. Dans notre canal, le courant paraissait réglé dans ce cas à 2 ou 3 toises de la prise d'eau.

380. L'eau, après avoir parcouru notre canal, arrivait dans le bac, et se reversait dans le bassin qui nous servait de jauge, par deux ou trois ouvertures garnies de vannes; mais l'uniformité était encore altérée par ce reversement. Si les vannes étaient entièrement levées, l'eau s'abaissait vers les pertuis; et cet abaissement se faisait sentir d'autant plus loin, que la pente était plus petite. On remédiait à cet inconvénient, en baissant les vannes petit-à-petit, ce qui obligeait

l'eau à s'élever, jusqu'à ce qu'elle eût acquis assez de charge pour faire, sous les vannes, une dépense égale à celle du canal. Cette élévation de l'eau contre les vannes, produisait un remou qui s'étendait plus ou moins loin en amont, suivant que la pente était petite ou considérable. Quand la pente était un peu grandes, comme de $\frac{1}{200}$, le remou ne s'étendait qu'à 3 ou 4 toises. Le reste du canal conservait une trop petite section ; et les différentes manœuvres qu'on faisait au bac n'influaient point sur la dépense du canal. Ainsi, la petitesse de la section faisait conclure les vîtesses trop grandes: au contraire, quand les pentes étaient très-petites, le remou était sensible jusqu'à l'entrée du canal, et faisait varier les dépenses, ainsi que les sections. De là il arrivait qu'avec les mêmes données on obtenait des dépenses très-différentes, suivant la maniere dont on laissait échapper l'eau.

441. Ayant remarqué que quand le canal dépensait peu, il fallait beaucoup baisser les vannes pour ne pas diminuer la section, et qu'alors l'eau du fond prenait beaucoup de vîtesse aux approches du bac, ce qui troublait entièrement l'ordre naturel des vîtesses, nous essayâmes, pour y remédier, de faire verser l'eau par sa surface, en fermant le bas du pertuis. Mais, ce moyen ne nous réussissant pas mieux, nous imaginâmes de rétrécir la largeur du pertuis, pour faire échapper l'eau sur toute sa hauteur. Enfin, comme nous éprouvions toujours les mêmes difficultés à régler

le canal, nous adaptâmes au pertuis deux planches taillées selon une certaine courbure propre à rendre l'orifice aussi étroit qu'on voulait par le bas, et large au contraire par le haut : la dépense devenait par-là plus grande par le haut du pertuis que par le bas, à-peu-près dans l'ordre naturel des vîtesses d'une section libre. Nous répétâmes, en usant de ces courbes, toutes les expériences du canal rectangulaire, aux pentes $\frac{1}{1412}$ et $\frac{1}{9288}$, parce que les premieres nous avaient paru défectueuses, et que les résultats n'en étaient pas constants. Nous avons vu qu'en effet l'expérience se rapprochait de la théorie, quand on pouvait parvenir à conserver l'ordre naturel des vîtesses : mais ce moyen n'était pas encore parfait, parce qu'il aurait fallu varier les courbes pour des expériences différentes.

Il ne nous fut pas possible de remédier de même à la petitesse de la section, quand les pentes étaient considérables, sur-tout si la hauteur d'eau dans le canal l'était aussi. A la pente $\frac{1}{212}$ nous ne pûmes parvenir à régler le canal, quoique la section n'eût que 3 pouces de hauteur. Et si on voit le mouvement devenu uniforme à cette pente, et à une profondeur de 4 pouces 8 lignes, dans l'expérience cotée B, c'est que la paroi était presque doublée par une cloison de planches qui partageait le canal en deux lits.

382. Pour résumer toutes les difficultés que nous avons éprouvées, on voit que, quand les pentes étaient grandes, le canal était trop court

pour être réglé uniformément ; et que, quand elles étaient petites, la dépense du réservoir était altérée par la manicre dont se faisait l'écoulement inférieur de l'cau. Ces deux causcs pouvaient se combiner et se compenser cn partie dans les pentes moyennes. En effet, nous avons trouvé que dans les pentes moyennes d'environ $\frac{1}{450}$, il nous était plus facile de régler le canal ; et les résultats que nous avons obtenus s'éloignent peu de ceux de la théorie. On ne peut cependant pas se promettre que des expériences aussi délicates soient susceptibles de la même précision que celles des tuyaux ; mais elles sont d'ailleurs assez exactes pour prouver que la loi qui exprime l'effet du frottement, est constante pour toutes sortes de lits, soit que l'eau coule avec gêne dans un tuyau, soit qu'elle glisse librement dans un lit ouvert, d'une figure quelconque. Si cela n'était pas, on tomberait dans des erreurs très-considérables, quand on voudrait appliquer à de grands canaux ou à des rivieres une loi qui ne serait applicable qu'aux petits lits des tuyaux de conduite ordinaires. Au lieu que l'accord de toutes les expériences avec la théorie prouve invinciblement l'exactitude du principe qui s'applique si bien à tous les cas.

383. On peut remarquer que dans la plupart de nos expériences, du moins dans celles où la vîtesse était un peu grande, la hauteur de l'eau dans le canal est moindre que celle du réservoir, ou que la charge d'eau sur la tête du canal. Nous

avons fait voir, en traitant des canaux, que cette chûte est nécessaire pour produire la vîtesse initiale, et que cet effet a également lieu dans les tuyaux de conduite inclinés où l'eau ne peut couler uniformément à toute longueur, s'ils n'ont à leur tête une charge d'eau capable d'imprimer la vîtesse uniforme convenable : car la vîtesse uniforme n'est pas produite par la pente, ou par la force accélératrice qui en résulte, puisque cette force est sans cesse détruite par la résistance. Mais tout mouvement actuel et uniforme d'une riviere suppose toujours une vîtesse précédemment acquise par une chûte ; et l'effet de la force accélératrice ou de la pente, est de la conserver, en faisant constamment équilibre à la résistance qui tend à la diminuer. Il est donc nécessaire qu'en prolongeant, jusqu'à la prise d'eau, la surface du courant devenu uniforme, on y trouve une différence de niveau avec le réservoir qui égale la hauteur due à la vîtesse moyenne ; et cette hauteur doit augmenter par la contraction, comme nous avons vu que cela arrive dans les tuyaux; avec cette différence que, dans ceux-ci, nous avons pu supposer la contraction constante, sans erreur sensible : au lieu que dans notre canal elle paraît varier, suivant la largeur, la hauteur et la figure de l'entrée, sans cependant être, dans aucun cas, aussi grande que celle des tuyaux. Ainsi la hauteur due à une vîtesse quelconque qui serait $\frac{V^2}{724}$ s'il n'y avait point de contraction, et qui est égale à $\frac{V^2}{478}$ pour les tuyaux, se trouve être dans

canal factice depuis $\frac{V^2}{530}$ jusqu'à $\frac{V^2}{660}$. Pour trouver la loi de ses variations, il faudrait dans les expériences une précision dont les nôtres n'étaient pas susceptibles; et la contraction doit être encore moindre à l'entrée des grands canaux. Ainsi, en général, on ne peut guere se tromper en prenant pour ceux-ci $\frac{V^2}{700}$ pour la hauteur due à leur vîtesse. Cette quantité serait l'expression de la chûte qui doit se former à l'entrée d'un canal dont la largeur est uniforme; et si on la retranche de la hauteur du réservoir sur le fond du canal, on aura la profondeur de la section uniforme.

CHAPITRE VI.

Expériences sur le rapport entre la vîtesse moyenne d'un courant uniforme, et les vîtesses à la surface et au fond du courant.

384. Quoique la connaissance de la vîtesse moyenne uniforme de l'eau, dans un lit quelconque, fût l'objet principal de nos expériences sur le canal factice, il était cependant très-important de découvrir, par le même moyen, s'il existe un rapport entre les trois vîtesses les plus remarquables de tout courant réglé, savoir, celle de la surface au milieu de la largeur du lit, celle du fond au milieu de la même largeur, et celle que nous appelons moyenne, qui donne la dépense quand on la multiplie par la section. On

sait combien il est difficile de mesurer la vîtesse des filets d'eau inférieurs dans une riviere ou dans un canal en grand. Les aspérités du fond, le défaut de limpidité de l'eau, l'imperfection des méthodes connues, bien d'autres inconvénients dans la pratique, rendent cette mesure presque impossible. Nous n'avions aucuns de ces défauts dans notre canal; le fond était uni, la pente uniforme et bien réglée : l'eau était assez transparente pour apercevoir un petit corps à travers dix ou douze pouces de profondeur d'eau; et sans aucun instrument nous pouvions mesurer à l'œil les vîtesses du fond. Rien ne nous manquait donc pour la mesure des trois vîtesses; et si le résultat de nos expériences ne répond pas toujours à une précision très-rigoureuse, on voit du moins une marche générale suivie; et on peut assigner les causes des irrégularités qu'on y observe.

Préparations aux expériences.

385. Le moyen de connaître la vîtesse superficielle de l'eau, au milieu de la largeur de son lit, consistait à jeter au milieu du courant un très-petit flotteur de bois de chêne, de 3 à 4 lignes en quarré d'étendue, sur moins d'une ligne d'épaisseur; et d'observer (l'air étant calme, et la montre à secondes à la main) combien de temps elle mettait à parcourir les dix dernieres toises de la longueur du canal, mesurées exprès, et marquées sur les madriers qui en formaient le bord.

La mesure de la vîtesse au fond exigeait plus de précautions. Pour l'avoir avec une précision satisfaisante, il fallait un corps rond propre à rouler facilement sur le fond du canal : il était convenable que ce corps fût d'un petit diametre pour que son centre de percussion répondît à un filet d'eau très-voisin du fond, et que sa pesanteur spécifique surpassât peu celle de l'eau. Enfin il fallait qu'il pût aisément s'apercevoir à travers l'eau, afin de le suivre des yeux, et de tenir compte du nombre de secondes qu'il emploierait à parcourir la longueur de 60 pieds.

386. Nous employâmes d'abord, pour remplir tous ces objets, de petites boules faites avec le même mastic qui nous a servi à garnir les joints du canal : il était composé de $\frac{2}{3}$ de suif, $\frac{1}{3}$ de cire jaune, et un peu de sciure de bois, de sorte qu'étant fondu et mélangé, il était d'une couleur obscure et presque noire : sa pesanteur spécifique était telle, que quand il n'avait pas été mouillé, il surnageait ; mais quand il avait été manié dans l'eau, il allait au fond. L'ayant pesé dans l'eau, j'ai trouvé qu'il y perdait $\frac{13}{14}$ de son poids. On en faisait une petite boule d'une ligne et demie ou deux lignes de diametre, et l'ayant jetée dans le milieu du courant, un peu au-dessus du point où commençaient les toises mesurées, on comptait le nombre de secondes qu'elle employait à parcourir ces 10 toises : mais si elle s'écartait du milieu du lit, son mouvement était plus lent, et on recommençait l'expérience. Il est clair que sa vîtesse devait être presque aussi grande que celle

de l'eau qui l'entraînait, et que, s'il y avait de la différence, elle ne pouvait être qu'en moins.

387. Quelque contents que nous fussions des boules de mastic, nous eûmes cependant lieu de desirer de nous en procurer d'autres qui fussent plus aisées à apercevoir, quand la profondeur du courant était un peu considérable; et nous avions lieu de craindre que la rondeur des premieres n'étant pas parfaite, ni leur surface très-lisse, elle ne nous donnassent des vîtesses trop petites. Nous employâmes, avec le plus grand succès, des groseilles rouges que l'occasion nous fit trouver sous la main, et nous les trouvâmes très-propres à notre objet. On sait que leur surface est très-lisse, leur figure bien sphérique, leur pesanteur spécifique fort approchante de celle de l'eau; et elles ont de plus la propriété de rouler toujours sur leur équateur, en tournant sur l'axe qui passerait par l'œil et par la queue du fruit. Nous avons trouvé qu'en effet leur vîtesse était plus grande que celle des boules de mastic, dans le rapport de 15 à 13; et j'ai tenu compte de cette différence dans les expériences où nous n'avions employé que des boules de mastic.

388. Voici quatre expériences préliminaires, dont le but est d'observer comment les vîtesses de l'eau vont en croissant du fond à la surface.

CXVII[e] EXPÉRIENCE.

Profondeur moyenne, assez uniforme, dans la canal trapeze.............. po. 1

Vîtesse à la surface, au milieu de la largeur du canal, 60 pieds parcourus en 52 secondes, ou par seconde...........	po. 13,84
Vîtesse au fond, avec une boule de mastic de 1 ½ ligne de diametre, 60 pieds en 85″; qui, augmentée dans le rapport de 13 à 15, donne..................	9,77
Vîtesse avec une boule de mastic de 4 lignes de diametre, 60 pieds en 80″; laquelle, augmentée dans le même rapport, donne par seconde............	10,38
Vîtesse avec une boule de mastic de 6 lignes, 60 pieds en 71″ ½; laquelle, augmentée de même, donne par seconde..........................	11,61
Vîtesse avec une boule de mastic de 9 lignes, 60 pieds en 69″; laquelle, augmentée dans le même rapport, donne par seconde......................	12,03

CXVIII[e] EXPÉRIENCE.

Profondeur moyenne, assez uniforme, dans le canal trapeze...............	po. 3,834
Vîtesse moyenne, presque uniforme.....	20,57
Vîtesse uniforme à la surface du courant .	28,8
Vîtesse au fond, avec une boule de mastic de 2 lignes de diametre, 60 pieds en 52″ ½; qui, augmentée dans le rapport de 13 à 15, donne......................	15,82
Vîtesse avec une boule de 4 ½ lignes de	

diametre, 60 pieds en 47″ ½; laquelle, augmentée de même, donne......... po. 17,32

Vîtesse avec une boule de 9 ½ lignes de diametre, 60 pieds en 42″; laquelle, augmentée de même, donne......... 19,77

Vîtesse avec une boule de 15 lignes de diametre, 60 pieds en 38″; laquelle, augmentée de même, donne........... 21,85

Vîtesse avec une boule de 20 lignes de diametre, 60 pieds en 35″; laquelle, augmentée de même, donne......... 23,73

CXIX^e EXPÉRIENCE.

Nota. Dans cette expérience, le courant était bien réglé, et le mouvement uniforme : c'est la même que l'expérience D du tableau précédent.

Profondeur uniforme de l'eau dans le canal trapeze........................ po. 2,834

Vîtesse moyenne uniforme du courant, par seconde............. 18,28

Vîtesse du courant à la surface, 60 pieds en 31″ ½, ou par seconde............ 22,85

Vîtesse au fond, avec une boule de mastic de 2 lignes de diametre, 60 pieds en 58″; laquelle, augmentée dans le rapport de 13 à 25, donne............. 14,32

Vîtesse avec une boule de 4 ½ lignes de diametre, 60 pieds en 53″ ½; qui, augmentée de même, donne............. 15,52

Vîtesse avec une boule de mastic de 9

lignes de diametre, 60 pieds en 48″; laquelle, augmentée de même, donne.. po. 17,30

Vîtesse avec une boule de mastic de 15 lignes de diametre, 60 pieds en 41″; laquelle, augmentée de même, donne.. 20,26

Vîtesse avec une boule de mastic de 20 lignes de diametre, 60 pieds en 40″; laquelle, augmentée de même, donne... 20,76

CXX^e EXPÉRIENCE.

Nota. Cette expérience est la même que l'expérience F du tableau précédent : le courant était bien uniforme, et la vîtesse moyenne de........................ po. 22,37

Profondeur uniforme de l'eau dans le canal.............................. 4,333

Vîtesse du courant à la surface, 60 pieds en 24″, ou par seconde.............. 30,0

Vîtesse du fond, mesurée avec une boule de mastic de 4 lignes de diametre, 60 pieds en 38″; laquelle, augmentée comme ci-dessus, devient.......... 21,86

Vîtesse avec une boule de mastic de 12 lignes de diametre, 60 pieds en 35″ ½; laquelle, augmentée comme ci-dessus, devient.......................... 23,40

Vîtesse avec une boule de 15 lignes ½ de diametre, 60 pieds en 33″ ½; qui, augmentée de même, donne............ 24,79

Vîtesse avec une boule de 20 lignes de diametre, 60 pieds en 32″ ½; qui, augmentée de même, donne............ 25,55

389. Ces expériences prouvent, d'une maniere évidente, que les vîtesses des filets d'eau vont en croissant depuis le fond d'un courant réglé jusqu'à sa surface; il ne reste plus qu'à chercher, par un nombre d'expériences suffisant, s'il existe un rapport constant entre les vîtesses de la surface et du fond, ou si ce rapport est variable avec les vîtesses. Voici pour cet effet le tableau général des expériences que nous avons faites sur les vîtesses de la surface et du fond, comparées à la vîtesse moyenne. Entre toutes ces expériences, dont le nombre est de 48, on remarquera celles au numéro desquelles on a joint pour cote une lettre de l'alphabet. Ce sont les mêmes qu'on a déja rapportées § 377, dans lesquelles le courant était bien réglé; elles se trouvent jointes ici à plusieurs autres, qui, quoique moins parfaites, étaient cependant assez exactes pour en conclure le rapport que nous cherchons.

On a remarqué dans ce tableau les pentes du canal, sa figure et sa profondeur, les vîtesses à la surface et au fond du courant, et la vîtesse moyenne déduite de la dépense effective du canal dans chaque expérience.

Tableau d'expériences sur le rapport des vitesses de l'eau à la surface d'un courant, comparées à celles du fond et aux vitesses moyennes.

Numéros et cotes des expér.	Pentes du canal factice.	Figure du canal.	Profondeur du courant, exprimée en pouces.	Vitesses par seconde à la surface du courant, expr. en po.	Vitesses par seconde au fond du courant, expr. en po.	Vitesse moyenne par seconde du courant, expr. en po.
			po.	po.	po.	p.
121. Y	$\frac{1}{9288}$	Rectangulaire.	4,0	6,05	2,03	4,59
122.	$\frac{1}{9288}$	Rectangulaire.	5,834	8,08	2,94	5,76
123.	$\frac{1}{9288}$	Rectangulaire.	7,0	7,82	2,94	6,32
124. Z	$\frac{1}{9288}$	Rectangulaire.	9,0			5,704
125.	$\frac{1}{9288}$	Rectangulaire.	9,666	8,88	3,73	7,83
126. M	$\frac{1}{1728}$	Trapeze.	2,333	10,91	5,95	8,94
127. S	$\frac{1}{1412}$	Rectangulaire.	2,042	11,52	5,76	9,19
128. N	$\frac{1}{1728}$	Trapeze.	3,333		5,45	9,71
129.	$\frac{1}{9288}$	Rectangulaire.		14,69	7,65	10,97
130. T	$\frac{1}{1412}$	Rectangulaire.	3,0	16,0	8,57	12,10
131. O	$\frac{1}{1728}$	Trapeze.	3,834			12,34
132. R	$\frac{1}{929}$	Rectangulaire.	2,0			13,56
133. V	$\frac{1}{1412}$	Rectangulaire.	4,416	17,14	9,86	14,17
134.	$\frac{1}{1857}$	Rectangulaire.	4,0	18,94	11,25	15,34
135. X	$\frac{1}{1412}$	Rectangulaire.	5,957	19,20	10,28	15,55
136.	$\frac{1}{1857}$	Rectangulaire.	4,166	21,17	12,0	15,63
137.	$\frac{1}{427}$	Trapeze.	2,207		12,85	15,65
138. D	$\frac{1}{427}$	Trapeze.	2,834	22,85	14,40	18,28
139.	$\frac{1}{1728}$	Trapeze.	8,166	23,22	15,0	18,13
140.	$\frac{1}{928}$	Rectangulaire.	3,0	24,0	15,65	18,57
141.	$\frac{1}{1857}$	Rectangulaire.	6,0	24,0	15,65	20,03
142.	$\frac{1}{1857}$	Rectangulaire.	7,166	24,0	15,65	20,96
143. P	$\frac{1}{458}$	Rectangulaire.	2,0	24,82	16,74	20,24
144. E	$\frac{1}{427}$	Trapeze.	3,666			20,30
145.	$\frac{1}{928}$	Rectangulaire.	4,0	26,66	16,55	20,34

Numéros et cotes des expér.	Pentes du canal factice.	Figures du canal.	Profondeur du courant, exprimée en pouces.	Vitesses per seconde à la surface du courant, exp. en po.	Vitesses par seconde au fond du courant, exp. en po.	Vitesse moyenne par seconde du courant exp. en po.
			po.	po.	po.	po.
146.	$\frac{1}{427}$	Trapeze.	3,834			20,57
147.	$\frac{1}{928}$	Rectangulaire.	4,416	28,8	18,95	22,68
148. A	$\frac{1}{812}$	Trapeze.	2,166	28,8	19,45	27,51
149 F.	$\frac{1}{427}$	Trapeze.	4,333	30,0	20,26	22,37
150.	$\frac{1}{427}$	Trapreze.	4,5	30,0	20,26	22,63
151. G	$\frac{1}{427}$	Trapeze.	4,666	31,3	20,57	23,54
152.	$\frac{1}{458}$	Rectangulaire.	2,957	31,3	21,18	25,6
153.	$\frac{1}{928}$	Rectangulaire.	7,25	31,3	21,49	26,94
154.	$\frac{1}{458}$	Réctangulaire.	3,666	32,72	21,81	27,49
155. C	$\frac{1}{412}$	Trapeze.	6,0			27,14
156.	$\frac{1}{432}$	Trapeze.	6,666			28,29
157. H	$\frac{1}{432}$	Trapeze.	6,75	34,28	22,5	28,52
158.	$\frac{1}{458}$	Rectangulaire.	3,374	36,0	22,5	26,15
159.	$\frac{1}{1857}$	Rectangulaire.	10,083	36,0	24,83	26,45
160. Q	$\frac{1}{458}$	Rectangulеire.	5,0	36,0	24,83	28,29
161. B	$\frac{1}{212}$	Trapeze.	4,666			28,92
162. I	$\frac{1}{432}$	Trapeze.	7,5			30,16
163.	$\frac{1}{432}$	Trepeze.	7,75			31,58
164. K	$\frac{1}{432}$	Trapeze.	7,917	37,89	26,66	31,89
165. L	$\frac{1}{432}$	Trapeze.	8,083			32,52
166.	$\frac{1}{928}$	Rectangulaire.	9,333	42,34	30,0	40,24
167.	$\frac{1}{905}$	Rectangulaire	3,083	48,0	33,48	38,99
168.	$\frac{1}{458}$	Rectangulaire.	4,917	48,0	34,28	41,0

Observations sur ces expériences.

39o. Plus les vîtesses à la surface sont petites, plus les vîtesses au fond sont avec elles en petit rapport; et, au contraire, plus les vîtesses à la

surface sont grandes, plus celles au fond approchent de les égaler. Ainsi, quand les premieres sont égales à $9^{po.}$, $16^{po.}$, $25^{po.}$, $36^{po.}$, $49^{po.}$; c'est-à-dire, aux quarrés des nombres naturels, $3^{po.}$, $4^{po.}$, $5^{po.}$, $6^{po.}$, $7^{po.}$, les secondes sont sensiblement égales à $4^{po.}$, $9^{po.}$, $16^{po.}$, $25^{po.}$, $36^{po.}$; c'est-à-dire, aux quarrés des mêmes nombres naturels diminués d'une unité, comme nous l'avons observé ci-devant (66); en sorte que nommant V la vîtesse à la surface, et U celle du fond, on a $U = (\sqrt{V} - 1)^2$, quand ces vîtesses sont exprimées en pouces; et

$$U = \left(\sqrt{V} - \frac{1}{\sqrt{12}}\right)^2,$$

quand elles sont exprimées en pieds.

391. Les expériences 121, 126, 130, 133, 135, 138, 143, 157, 160 et 164, font voir encore que la vîtesse moyenne d'un courant uniforme et réglé, est à-peu-près moyenne proportionnelle arithmétique entre celles de la surface et du fond : ce qui fournit un moyen facile de connaître la dépense d'une riviere, par la seule mesure de sa section, et de la vîtesse de l'eau à sa surface; en supposant néanmoins que le mouvement de l'eau dans les grands lits soit entièrement semblable à celui de l'eau dans les petits lits.

Il est très-probable que la loi qui s'observe à cet égard dans les lits de figure irréguliere serait suivie à la rigueur dans des lits circulaires,

comme les tuyaux de conduite; c'est-à-dire qu'il existe, pour chaque vîtesse moyenne, un rapport constant entre cette vîtesse et celles de l'axe du tuyau et de sa paroi. Ce rapport ne peut pas s'écarter de celui qu'on trouve par les formules du §. 66.

392. Il paraît, par les expériences 117, 118, 119 et 120, que, dans la section longitudinale faite au milieu d'un courant réglé, la vîtesse moyenne répond à une assez petite hauteur au-dessus du fond, entre le $\frac{1}{6}$ et le $\frac{1}{8}$ de la profondeur totale du courant. Nos expériences ne sont pas assez décisives à cet égard, n'ayant pas été faites directement pour cet objet. D'ailleurs la vîtesse des boules de mastic ne donne pas la mesure exacte de la vîtesse qui répond à leur centre, puisque nous avons éprouvé qûe d'autres corps, plus parfaits par leur figure, allaient sensiblement plus vîte. Mais une remarque qu'il est bon de faire ici, puisque je parle des vîtesses inférieures d'un courant, est que, si l'on n'y prend garde, la réfraction fait juger les vîtesses vers le fond beaucoup plus grandes qu'elles ne sont en effet, quand on se contente d'observer la marche de quelques petits corps voisins du fond : car si, l'œil étant immobile à une médiocre hauteur au-dessus de la surface de l'eau, on compare la vîtesse de ces petits corps avec celle d'un autre qui se meut à la surface, il y a une erreur d'optique considérable; parce que, dans ce cas, le sinus
Fig. 36. de l'angle d'incidence ABC du rayon visuel, est

au sinus de l'angle de réfraction DCE, comme 4 et à 3, et que l'œil B rapporte en G le lieu du corps, qui se trouve réellement en E.

393. Pour vérifier d'une autre maniere l'augmentation des vîtesses d'un courant, en montant du fond à la surface, nous plongeâmes dans l'eau du canal un moulinet à quatre ailes, qui n'avait en tout que 19 lignes de diametre, et qui était très-mobile sur son axe. Quand il était suffisamment plongé dans un courant uniforme, et qu'il n'occasionnait pas un remou sensible à la surface, il tournait à la maniere des roues à pots, c'est-à-dire que l'aile supérieure précédait l'inférieure ; et le nombre des tours qu'il faisait était assez exactement proportionnel à la vîtesse moyenne du courant.

394. Voici quelques expériences sur ce mouvement. Le diametre total du volant était, comme je l'ai dit, de 19 lignes ; chaque aile avait 8 lignes de largeur sur 13 lignes de longueur ; l'axe était plongé jusqu'à la moitié de la profondeur du courant ; la quatrieme colonne indique le nombre de tours que le volant faisait en 15 secondes.

Numéros des expériences.	Profondeur du courant, exprimés en pouces.	Vitesse à la surface, exprimée en pouces.	Vitesse au fond, exprimée en pouces.	Nombre des tours du volant, en 15 sec.
	po. lig.	po.	po.	tours.
169.	4 5	28,8	18,9	29
170.	8 0	24,8	16,0	28
171.	3 0	24,0	15,6	25
172.	2 0	18,0	12,0	16
173.	4 11	8,67	2,34	8
174.	9 0	3,8	1,7	5 ½

395. Enfin nous avons répété une expérience faite autrefois par M. Mariotte, sur le même sujet. Nous prîmes deux globes de verre, creux, et ayant chacun environ 2 pouces 8 lignes de diametre; nous les lestâmes en y introduisant du plomb, en sorte que l'un était plus léger que l'eau, et devait flotter à sa surface; l'autre était plus pesant, et conservait dans l'eau un poids de 42 grains. On les attacha successivement ensemble avec des fils de différentes longueurs, tellement que leurs centres étaient à $13^{\text{po.}}$, $25^{\text{po.}}$, et $36^{\text{po.}}$ de distance l'un de l'autre; et ils furent lâchés dans le courant d'un canal qui avait 28 pieds de largeur, et 3 pieds 6 pouces de profondeur, avec une vîtesse à la surface de $17^{\text{po.}},48$ par seconde. Le plus pesant des deux globes, après avoir tendu le fil qui le joignait au globe supérieur, restait en arriere, tandis que celui-ci le précédait, en tirant sur lui; ce qui faisait prendre aux fils des inclinaisons que nous ne pûmes pas observer. Les vîtesses communes des globes, pour les trois différentes longueurs de fil que je viens de dire, furent de $17^{\text{po.}},30$, $17^{\text{po.}},12$, et $16^{\text{po.}},77$: ce qui fait voir que plus le globe inférieur approchait du fond, plus sa vîtesse retardée communiquait de retardement au globe supérieur. L'expérience ne permet donc plus de douter que les vîtesses d'un courant réglé et uniforme n'aillent en diminuant de la surface au fond; et que, si on trouve le contraire, ou des irrégularités dans cet ordre gé-

néral, elles procedent des causes particulieres qui troublent le régime naturel, comme des inégalités considérables au fond du lit, une chûte dans son cours, ou la présence d'un corps flottant, qui gêne la marche des filets supérieurs.

CHAPITRE VII.

Du régime des rivieres, et de la résistance des différents fonds.

396. Ce n'est qu'en étudiant le cours des rivieres en grand, dans les différentes contrées d'un royaume, et même dans toutes les parties du globe, qu'on pourrait se flatter de recueillir assez d'observations pour assigner la ténacité des terrains différents, et déterminer la vîtesse qui convient à un courant, pour qu'il ne se forme ni dépôts, ni souilles. Il y a une variété si grande dans la combinaison des parties qui constituent le sol d'un lit, qu'il ne peut y avoir de regle générale pour fixer cette vîtesse. Des voyageurs instruits rendraient un grand service aux sciences, en observant avec soin quelle est la vîtesse à la surface des différents fleuves de la terre, leur section moyenne, et la nature du terrain dans lequel ils coulent. Mais des remarques de cette nature ne peuvent se faire et être rassemblées qu'avec beaucoup de temps, et il importait de faire à cet égard au moins un essai, en profitant de notre

canal factice. C'est dans cette vue que nous avons tenté les expériences dont nous allons rendre compte.

Objet des expériences sur le régime des rivieres.

397. On sait que, lorsqu'une riviere ou un canal quelconque coulent sur un fond qui ne se laisse point entamer par l'action de l'eau, leur lit a de la stabilité, c'est-à-dire qu'il n'est point sujet à s'approfondir, à changer de place, ni à attaquer les possessions des riverains, par des souilles et des éboulements. Le contraire arrive quand le sol du lit n'a pas une ténacité proportionnée à la vîtesse du courant. Il est donc nécessaire de connaître le rapport qui existe entre l'action de l'eau et la ténacité du lit. Par-là on sera à même de déterminer quelle pente et quelle capacité il faut donner à un courant pour qu'il coule sans danger dans un terrain d'une nature donnée; ou, au contraire, quelle vîtesse il faut produire pour nettoyer, curer et approfondir un canal ou chenal, selon la figure, la grosseur et la pesanteur spécifique des matieres que les chasses d'eau doivent entraîner.

Nous avons appelé *vîtesse de régime*, celle qui convient à un courant, pour ne pas creuser ni combler son lit. Quand on cherche à connaître la vîtesse de régime du lit d'une riviere donnée, il ne suffit pas de mesurer celles qu'ont ses eaux dans l'état moyen où elles ne sont point troubles,

et où par conséquent elles n'ont aucune disposition à former des dépôts : car il peut se faire alors ou que cette vîtesse soit au-dessous de celle qu'on cherche, ou que le lit soit formé de sable ou d'autres matieres pesantes et graveleuses qui ne se mêlent point avec l'eau, quoiqu'elles ne laissent pas d'être entraînées par son action. Il faut donc s'assurer que le fond du lit est dans un état de repos actuel; mais qu'il cesserait d'y être, si la vîtesse acquérait un degré de plus.

398. Les molécules ou les petits corps qui doivent résister à l'impulsion de l'eau, peuvent différer entre eux par la grosseur, la figure et le poids. Un corps dont la pesanteur spécifique sera la même que celle de l'eau, cédera à la moindre vîtesse; mais, s'il est plus pesant, l'excès de sa pesanteur sur celle de l'eau le retient au fond tant que le choc de l'eau n'est pas capable de vaincre son frottement ou son inertie. S'il est d'un volume très-petit, quoique plus pesant que l'eau, il ne sera fixé que par une très-petite force, qui cédera à une vîtesse du fluide très-bornée. Enfin, si ce corps est arrondi, et d'une figure propre à rouler, il aura moins de stabilité que s'il est plat, anguleux et fort irrégulier.

Nous nous sommes contentés de soumettre à l'expérience les matieres qui se rencontrent le plus souvent dans la nature, comme l'argile, le sable, le gravier, les galets, les pierres à fusil : on pourra juger des autres par induction. Si on suppose l'action de l'eau proportionnelle au produit des

surfaces choquées, par le quarré de la vîtesse, et l'inertie ou la résistante proportionnelle au poids dans l'eau et à la figure, il sera facile de tirer quelque parti de nos expériences.

Préparation aux expériences.

399. J'ai pesé dans l'air, et ensuite dans l'eau, les matieres suivantes, pour trouver le rapport entre leur pesanteur spécifique et celle de l'eau.

Eau.	Argile.	Gros sable.	Gravier de la Seine.	Galets de mer.	Silex opaque blanchi à l'air.
1,000.	2,64.	3,36.	2,545.	2,614.	2,25.

Ces matieres ont été exposées au courant de l'eau, dans le fond du canal factice, dont on augmentait ou diminuait la vîtesse à volonté. Dans chaque cas, la vîtesse du fond était mesurée par les moyens ordinaires, indiqués au chapitre VI. Mais comme le gravier de la Seine pouvait se distinguer en trois classes, où ses petites masses différaient en grosseur et cédaient à des vîtesses différentes, on les a rangées en trois colonnes. Le mot *régime* signifie qu'à la vîtesse qui y répond, les matieres soumises à l'épreuve avaient de la stabilité; mais qu'à un degré de vîtesse de plus, elles étaient emportées par le courant.

Vitesse du cour. au fond du canal par sec.	Argile brune propre a la poterie.	Gros sable jaune.	Gravier de la Seine, gros comme une graine d'anis.	Gravier de la Seine, gros comme un pois au plus.	Gravier de la Seine, gros comme une petite fèv. de mar.	Galets de mer, arr., d'un po. de dia. au plus.	Pierre à fusil, anguleuse, du volume d'un œuf de poule.
po. 45	Emportée.	Emporté.	Emporté.	Emporté.	Emporté.	Emportés.	Emportée.
36	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	Régime.
2	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	Régime.	Stable.
17,5	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	Stable.	*Idem.*
12	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	Régime.	*Idem.*	*Idem.*
8	*Idem.*	Régime.	*Idem.*	*Idem.*	Stable.	*Idem.*	*Idem.*
7	*Idem.*	Stable.	*Idem.*	Régime.	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*
6	Dépose du sable fin.	*Idem.*	*Idem.*	Stable.	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*
4	*Idem.*	*Idem.*	Régime.	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*
3	Régime.	*Idem.*	Stable.	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*

Observations sur ces expériences.

400. On peut relire (§ 70 et suiv.) ce que j'ai déja dit sur la maniere dont un courant travaille son lit, quand le fond est de sable, et de quelle façon se fait le transport des molécules auxquelles leur pesanteur ou leur grosseur ne permet pas de se mêler avec l'eau, et d'en troubler la limpidité. J'ai vu des sillons de sable formés dans le fond du lit de la Hayne, dont on avait détourné les eaux; leur disposition était la même que dans notre canal factice, et la marche progressive s'y exécutait sans doute de la même maniere. Ce n'est pas que cette riviere charie par elle-même du sable, puisqu'elle coule habituellement dans l'argile; mais on est dans l'usage à Mons de sabler les chambres, et de balayer quelques jours après

ce sable dans les rues, où on les dispose par petits monceaux : la pluie l'entraîne dans la riviere, d'où il vient, petit-à-petit, jusqu'à Condé, en employant vraisemblablement plus de deux ans pour faire ce trajet, qui est d'environ sept lieues par eau.

Il pourrait se faire néanmoins qu'une riviere qui coule dans un sol d'argile chariât du sable dans le fond de son lit par une autre cause. Il est peu d'argile si pure qu'elle ne contienne du sable que les ravins et les ruisseaux apportent dans son lit, dans le temps des orages et des grandes pluies. L'argile confondue avec le sable, par la rapidité du courant de ces ruisseaux, trouve dans le lit des rivieres une vîtesse encore assez grande pour l'emporter et la mêler avec l'eau, qu'elle rend trouble et jaunâtre ; mais le sable se précipite dans le fond, où il est réduit à rouler lentement et par relais, comme je l'ai expliqué (72). Ainsi, quoiqu'il soit d'une pesanteur spécifiquement moindre que l'argile, il ne laisse pas de se précipiter plutôt, et d'être entraîné moins vîte par le courant, à cause de la grosseur de ses molécules, qui ne peuvent rester suspendues dans l'eau.

401. Avant de finir cet article, qui regarde le régime des rivieres, dont je n'aurai plus occasion de parler, il est bon de faire cette remarque générale : nous avons trouvé que, lorsque le mouvement de l'eau dans un lit quelconque, est parvenu à une uniformité parfaite, la somme de

toutes les résistances qu'éprouve la veine fluide, soit de la part de l'attraction des parois, soit par le frottement, soit par la viscosité du fluide qui s'oppose à la séparation de ses éléments, est égale au produit de la masse d'eau en mouvement par la pente du lit. Or il en est de même de la résistance particuliere qu'essuie chaque molécule d'eau élémentaire. Elle est aussi égale à sa masse multipliée par la pente du lit, en quelque endroit de la section qu'elle puisse être placée. Et comme dans un même lit le produit de ces deux quantités est constant, il faut conclure que la résistance d'une particule est une quantité constante, en quelque lieu de la section qu'on la suppose placée. Mais, comme une partie de la résistance est relative à la vîtesse, il arrive que, quand l'autre partie de cette résistance qui vient de l'attraction des parois ou de la viscosité vient à augmenter, la vîtesse diminue autant qu'il est nécessaire pour que la loi de l'égalité soit suivie.

CHAPITRE VIII.

Expériences en grand sur un canal de desséchement, et sur la riviere de la Haine.

402. Pour qu'une théorie soit générale, il faut qu'elle embrasse tous les cas, et que la marche de la nature y soit suivie, depuis les plus petits phénomenes jusqu'aux plus grands. Nos pre-

mieres expériences du chap. Ier, offrent le tableau du mouvement de l'eau dans les plus petits lits où elle puisse couler. Les tuyaux de conduite, depuis le diametre d'un pouce, jusqu'à celui de 18 pouces, employé par M. Couplet, y compris les excellentes expériences de M. l'abbé Bossut, sur des tuyaux de 16 lignes et de 2 pouces, font connaître le mouvement de l'eau dans des lits moyens, assez petits encore par eux-mêmes, mais très-grands en comparaison des tuyaux de verre. Nos expériences sur le canal factice tiennent à-peu-près le même rang de grandeur que celles de M. Couplet. Il restait donc à en faire sur des canaux et sur de véritables rivieres, pour compléter le tableau, en embrassant les deux extrêmes de petisse et de grandeur.

Préparation aux expériences.

403. Pour qu'une expérience, sur le mouvement de l'eau dans un canal ou une riviere, soit recevable, il faut, 1° que le courant soit uniforme et réglé; 2° qu'on connaisse exactement la section et la paroi du lit; 3° qu'on mesure la pente avec précision.

Pour remplir la premiere condition, nous avons choisi un canal de dessèchement, qui sert à écouler les eaux des prairies de Valenciennes et de Condé, nommé le Canal du Jard ou de la Boucaude. Au-dessous du village du Vieux-Condé, ce canal est droit; sur une longueur de 1100 toises, et le fond de son lit est aussi uni qu'il soit

possible d'en trouver : c'est vers le milieu de cette longueur que nous choisîmes l'emplacement de nos expériences. Nous n'eûmes pas tout-à-fait le même avantage dans celles que nous fîmes sur la riviere de la Haine. Les sinuosités y sont très-fréquentes ; il a fallu nous contenter d'une partie presque droite de son cours, qui était précédée et suivie de deux coudes très-adoucis, c'est-à-dire qui formaient des angles fort ouverts.

Pour connaître la section et la paroi des lits du canal et de la Haine, nous mesurâmes une base de 240 toises le long du canal, et de 184 toises deux pieds le long de la riviere. On planta des piquets à chaque extrémité de ces bases, et ensuite on leva en travers plusieurs profils, dont la ligne de niveau était rapportée au sommet de ces piquets, et au niveau actuel de l'eau, afin de pouvoir dans la suite connaître le rapport de grandeur de la section et de la paroi dans chaque expérience, en les comparant aux profils primitifs.

La mesure de la pente était l'opération la plus délicate et la plus importante; il fallait avoir la certitude de n'y pas commettre une erreur d'une demi-ligne, et aucun instrument ne pouvait atteindre à cette précision. Voici le moyen que nous nous déterminâmes à employer.

Il régnait le long du canal, et presqu'à fleur-d'eau, une berme de 6 pieds de largeur, dans laquelle étaient plantés les deux piquets dont j'ai

parlé, distants l'un de l'autre de 240 toises; on pratiqua, dans toute la longueur de cette berme, un petit fossé d'environ 9 pouces de largeur, sur autant de profondeur, qui aboutissait aux deux piquets. Le terrain était argileux, et tenait l'eau passablement; on en remplit la rigole; et, après avoir attendu un temps assez long pour que le niveau ne pût s'établir, deux observateurs, placés aux deux piquets, commencerent, à une heure convenue, à mesurer de combien la tête de chaque piquet était plus élevée que l'eau de la rigole; ce qu'ils répéterent de cinq en cinq minutes, pendant environ une demi-heure. Ensuite on compara les observations qui correspondaient aux mêmes instants pendant cette durée. Cette comparaison donna constamment la même différence de niveau d'un piquet à l'autre : car, quoique l'eau baissât dans la rigole d'environ une ligne pendant cinq minutes, par l'infiltration des eaux dans la terre, cette diminution se faisait si également sur toute la longueur, que la différence des hauteurs des deux piquets au-dessus de l'eau était constamment la même. Nous nous crûmes donc en droit d'en conclure de combien un des piquets était plus élevé que l'autre; c'est-à-dire que nous obtînmes un niveau parfait sur 240 toises de longueur. Cette base une fois donnée, nous étions en état de mesurer la pente du canal dans chaque expérience. Il ne fallait pour cela que fermer la rigole près de chaque piquet, et en ouvrir deux autres petites qui amenassent l'eau

du canal directement au pied de chaque piquet, en traversant la largeur de la berme. Nous avions donné beaucoup de solidité à ces piquets; ils avaient 3 pouces en quarré, et 3 pieds de longueur. Leur tête, coupée bien quarrément, était garnie d'une frette de fer dont le dessus servait de repere.

C'est avec ces précautions que nos expériences ont été faites, tant sur le canal du Jard que sur la Haine. Nous avons observé à cette riviere des pentes très-petites, parce que ses eaux étaient soutenues par une écluse située environ 300 toises au-dessous du lieu où nous faisions nos expériences.

404. Nous n'avons pu mesurer que les vîtesses à la surface, et prises dans le milieu de la largeur du lit. Pour en déduire la vîtesse moyenne, il faut avoir recours à la regle du § 66 : mais il est nécessaire d'observer que les expériences sur le canal de dessèchement ont été faites lorsqu'il était dans deux états bien différents. Le premier, avant qu'on eût coupé les roseaux dont son fond se garnit tous les étés; et nous avons dû trouver, dans ce cas, des vîtesses beaucoup trop petites. Le second, après avoir fait couper ces roseaux avec soin, de sorte qu'il n'y en restait qu'une très-petite quantité. Ainsi on peut regarder les vîtesses moyennes uniformes, déduites de l'expérience, dans le second état du canal, comme étant encore un peu trop petites, mais approchant cependant beaucoup de l'exactitude. Quant à celles

de la Haine, elles n'ont pas le même inconvénient parce que son lit est très-net.

Canal du Jard.

CLXXV^e EXPÉRIENCE.

Les roseaux n'avaient pas encore été coupés.

	po.	lig.
Pente de la surface de l'eau, sur 240 toises		23 $\frac{1}{4}$
Vîtesse à la surface, 60 toises parcourues en 4′ 8″ ou par seconde.	17,419	
Section moyenne du canal, exprimée en pouces quarrés	16252,00	
Paroi moyenne du lit du canal, exprimée en pouces	402,00	

CLXXVI^e EXPÉRIENCE.

Les roseaux n'avaient pas encore été coupés.

	po.	lig.
Pente de la surface de l'eau, sur 240 toises		18
Vîtesse à la surface, 60 toises parcourues en 5′ 55″ ou par seconde	12,169	
Section moyenne du canal, exprimée en pouces quarrés	11905,00	
Paroi moyenne du lit du canal, exprimée en pouces	366,00	

CLXXVII^e EXPÉRIENCE.

Les roseaux avaient été coupés pour cette expérience et les suivantes.

	po.	lig.
Pente de la surface de l'eau, sur 240 toises..................		7 $\frac{1}{2}$
Vitesse à la surface, 30 toises parcourues en 4' 57" ou par seconde.	7,27	
Section moyenne du lit du canal, exprimée en pouces quarrés...	6125,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces.................	324,00	

CLXXVIII^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 240 toises de longueur.		9 $\frac{1}{2}$
Vitesse à la surface, 60 toises 2 pieds parcourus en 7' 32" ou par seconde....................	9,61	
Section moyenne du lit du canal, exprimée en pouces quarrés..	7858,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces.................	340,00	

CLXXIX^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 240 toises de longueur.		7 $\frac{1}{2}$
Vitesse à la surface, 60 toises 2 pieds en 9' 17" $\frac{1}{2}$ ou par seconde......................	7,79	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés..........	7376,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces..................	337,00	

CLXXX^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 240 toises de longueur.		13 $\frac{1}{2}$

	po.	lig.
Vîtesse à la surface, 60 toises 2 pieds en 4′ 36″, ou par seconde.	15,74	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés...........	10475,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces..................	360,00	

Riviere de la Haine.

CLXXXI^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente de la surface de l'eau de la riviere, sur 184 toises 2 pieds de longueur................		$4\frac{5}{6}$
Vîtesse à la surface, 46 toises 2 pieds en 4′ 5″, ou par seconde.	13,61	
Section moyenne du lit de la riviere, exprimée en pouces quarrés......................	30905,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces..................	568,00	

CLXXXII^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 184 toises 2 pieds de longueur..................		$26\frac{1}{3}$
Vîtesse à la surface, 46 toises 2 pieds en 1′35″, ou par seconde,	35,11	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés...........	31498,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces..................	569,00	

Nota. La vitesse à la surface du courant peut être regardée comme un peu trop grande; parce que, peu de temps avant l'expérience, on avait ôté les poutrelles d'une écluse de tenue, éloignée d'environ 400 toises du lieu de l'expérience.

CLXXXIII[e] EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 184 toises 2 pieds de longueur		$4\frac{11}{24}$
Vîtesse à la surface, 46 toises 2 pieds en 3′ 29″, ou par seconde,	15,96	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés	39639,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces	604,00	

CLXXXIV[e] EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Pente sur 184 toises 2 pieds de longueur		$24\frac{5}{6}$
Vîtesse à la surface, 46 toises 2 pieds en 1′ 45″, ou par seconde,	31,77	
Section moyenne du lit, exprimée en pouces quarrés	38838,00	
Paroi moyenne du lit, exprimée en pouces	601,00	

Observations sur ces expériences.

405. Dès l'année 1780, nous avions fait sur le canal du Jard quelques expériences que je n'ai pas rapportées, parce que nous n'étions pas très-certains de l'exactitude des pentes. Nous les recommençâmes le printemps suivant, et nous fûmes très-surpris de trouver les vîtesses beaucoup moindres, quoique les données fussent à-peu-près les mêmes. La limpidité de l'eau laissait

apercevoir quantité de joncs, dont quelques-uns montaient jusqu'à la surface de l'eau. Quand nous fîmes les premieres expériences, le canal était débarrassé de ces joncs, parce qu'on a soin de les couper tous les ans vers l'arrière-saison. Ainsi nous ne pûmes attribuer qu'à cette cause la différence que nous trouvâmes ensuite dans les vîtesses. Nous refîmes donc, pendant l'automne de 1782, les expériences que je viens de rapporter; et, pour donner une idée du ralentissement que doivent occasionner dans les vîtesses ces corps étrangers qui multiplient la paroi, nous fîmes, avant la coupe des joncs, les expériences 175 et 176. Les quatre autres ne furent faites qu'après, et elles donnent des résultats beaucoup plus satisfaisants. Voyez le tableau comparatif (§ 55).

406. Quant aux expériences sur la Haine, elles ne sont pas faites toutes les quatre avec la même précision; et nous n'avons pas été à même de les répéter autant que nous l'aurions desiré. La 182e et la 184e ont à peu-peu-près même pente; mais le rayon moyen de la seconde devrait donner une plus grande vîtesse à la place d'une moindre. L'erreur est visible, et nous ne pouvons l'attribuer qu'au grand vent qu'il faisait le jour que nous fîmes cette expérience. La direction du vent faisait un angle assez considérable avec celle du courant; et les corps flottants qui nous servaient à mesurer la vîtesse à la surface ne pouvaient pas garder le milieu du fil de l'eau. On avait eu

soin de les jeter vers la rive gauche, et le vent les faisait dériver vers la droite; en sorte qu'ils ne nous ont pas donné la plus grande vîtesse du fil de l'eau, que nous aurions trouvée d'environ 36 pouces, si le temps eût été calme.

Les deux autres expériences présentent aussi à-peu-près la même pente; mais le rayon moyen de la 183ᵉ est plus grand: ensorte qu'en la comparant avec la 181ᵉ, elle aurait pu nous donner une vîtesse d'un peu moins de 15 pouces, au lieu de 15,96 que nous avons trouvés. Mais, comme rien ne gênait le mouvement à la surface, nous sommes portés à croire que l'erreur vient de la pente qui pouvait être plus forte que nous ne l'avons estimée. Nous la mesurâmes dans le moment qu'un bateau chargé allait passer, et ce bateau était d'un volume assez grand pour retenir un peu l'eau et la faire baisser d'une demi-ligne en-dessous de lui, où se trouvait le piquet qui nous servait de repere en amont. Il est fâcheux que nous n'ayons pu avoir sur la Haine de grandes sections combinées avec de très-petites pentes, que les jours fixés pour l'arrivée des bateaux, dont la présence altérait un peu les résultats de nos expériences, et gênait le cours uniforme de l'eau. Quoi qu'il en soit, si nous insistons ainsi sur quelques expériences dont les résultats ne sont pas tout-à-fait conformes à ceux de la théorie, c'est que nous sommes persuadés que, pouvant assigner les causes de cette différence, elles confirment aussi bien cette théorie que toutes les autres.

407. On ne peut trop recommander à ceux qui voudront répéter de pareilles expériences, de mettre la précision la plus scrupuleuse dans la mesure de la pente, sur-tout quand elle est très-petite. Il peut arriver même qu'on trouve la vîtesse à la surface nulle, ou du moins trop petite en comparaison de celle que donnerait le calcul, parce que cette vîtesse apparente peut s'altérer par la moindre agitation à la surface, et par le vent, quelque direction qu'il ait. Nous avons remarqué que, quand la vîtesse est petite, et la surface du courant bien calme, il s'y forme quelquefois une pellicule visqueuse, ou semblable à celle qui se remarque sur l'eau de chaux, et qui provient peut-être, comme l'écume, de la décomposition des plantes aquatiques. Cette matiere arrête le mouvement à la surface, et fait juger la vîtesse absolument nulle, quoique l'eau en ait une encore très-sensible en-dessous. Il faut donc, dans ce cas, prendre garde de tomber dans l'erreur, en jugeant de la vîtesse moyenne par celle de la surface.

408. Si, lorsque notre canal factice était parfaitement réglé, nous avions pu augmenter la hauteur de la prise d'eau, il est certain que toutes les vîtesses de la section, près de la prise d'eau, auraient d'abord été augmentées, et principalement celles du fond, qui auraient peut-être surpassé celle de la surface. Cette impulsion, se communiquant de proche en proche, se serait fait sentir bien loin avant que la section se fût sen-

siblement exhaussée. Par-là, le régime eût été entièrement troublé, jusqu'à ce que la grande résistance, produite par les vîtesses du fond, se communiquant peu-à-peu à la masse du courant, eût ralenti les vîtesses, et rétabli le régime ordinaire par l'élévation de la section.

Telle est l'idée qu'on peut se former du mouvement de l'eau pour changer son régime, quand elle passe d'une section quelconque à une autre section plus grande. Le temps nécessaire pour troubler le premier régime et pour établir le second, sera d'autant plus long, que les deux sections différeront davantage entre elles; et il sera d'ailleurs bien plus considérable dans un grand lit que dans un petit. Cette remarque se rapporte naturellement à l'effet des accrues sur les grandes rivieres, et rend raison de l'observation des bateliers, qui disent qu'un peu avant les crues, la riviere *mouve de fond :* car il suffit, pour que la riviere trouble son eau, que la vîtesse du fond augmente assez pour détacher, mêler et entraîner la vase la plus légere ; ou le limon qui s'y dépose toujours plus ou moins, dans l'intervalle d'une accrue à l'autre, où cette vîtesse est moindre.

Mais il y a une autre cause qui suffit pour troubler l'eau d'une riviere, et pour annoncer plus sûrement encore une accrue prochaine : on sait que dans le cours d'une riviere il y a, de distance en distance des ruisseaux, des ravins, ou

même de petites rivieres qui y jettent leurs eaux, et qui toutes ont une pente considérable en descendant des côteaux; les eaux des pluies ou des orages qui surviennent tout-à-coup, entraînent donc dans la principale riviere les terres les plus légères, et les sables fins, qui commencent à troubler ses eaux vers l'aval du lieu et du canton où l'orage s'est fait sentir; cette eau troublée s'écoule avec le produit ordinaire du lit de la riviere, et elle arrive dans les lieux où il n'a pas plu, quelque temps avant la véritable accrue, qui ne peut être produite que par l'arrivée plus tardive des eaux fournies par les ruisseaux et les ravins supérieurs, c'est-à-dire plus voisins de la source. Le changement de couleur de l'eau d'une riviere est donc le signe et l'avant-coureur presque certain d'une accrue.

SECTION II.

EXPÉRIENCES SUR LES DÉPENSES DES REVERSOIRS.

CHAPITRE PREMIER.

Sur le mouvement et la dépense de l'eau qui s'écoule par un reversoir.

409. J'ai à rendre compte actuellement de plusieurs expériences que nous avons faites sur les reversoirs et sur les tenues d'eau, pour déterminer, 1° la dépense d'eau qui s'y fait; 2° le remou qui en est l'effet, et qui se fait sentir ordinairement à de grandes distances en amont. Quant aux dépenses des reversoirs, on peut les considérer dans deux cas différents. Le premier, quand le reversoir tire l'eau immédiatement d'un grand bassin entretenu constamment plein, et dont par conséquent l'eau est censée immobile; ce qui suppose qu'il n'y a point de canal intermédiaire qui conduise l'eau du bassin à l'endroit où se fait le reversement, mais que le reversoir est contigu au bassin : dans ce cas, il doit y avoir contraction à l'orifice du reversoir.

Le second cas a lieu lorsqu'on barre un canal ou une petite riviere par une vanne aussi large que le lit, de maniere que le remou étant formé,

les filets n'ont point à se détourner pour passer sur la vanne, et qu'ils ont même en y arrivant une vîtesse précédemment acquise : il était important de connaître la dépense des reversoirs dans ces deux cas, et d'observer en même temps si, dans le dernier, l'eau coule de fond aux approches de la vanne, ou si on peut regarder comme immobile la partie inférieure de la section qui n'a point d'écoulement direct.

Préparation aux expériences.

410. On s'est servi, pour faire ces expériences, du canal factice dont j'ai donné la description ci-devant (§ 367 et suiv). On plaçait à la tête même du canal une vanne dormante, c'est-à-dire une planche d'un pouce d'épaisseur, de 17 pouces 3 lignes de longueur, et de différentes hauteurs, qui appuyait sur le fond. On tenait compte de la hauteur absolue du niveau de l'eau du fossé, au-dessus du sommet de cette planche, que nous avons nommée la charge d'eau sur la tête de la vanne. L'eau, qui reversait par-dessus, s'écoulait par le canal dans le bassin de maçonnerie, où les dépenses du reversoir étaient mesurées de la même maniere qu'on avait mesuré celles du canal dans les expériences précédentes.

Pour les reversoirs de la seconde espèce, au lieu de placer la vanne dormante à la tête du canal, on la disposait vers le milieu de sa longueur, ou à son débouché dans le bac. C'est quand elle

était dans cette derniere position que nous avons essayé de nous faire une idée des remous qu'occasionnent les tenues d'écluses, en mesurant les diminutions progressives de la profondeur du courant en-dessus de la tenue, et les vîtesses variables de l'eau, à la surface et au fond de ce courant.

Reversoirs avec contraction à l'orifice.

CLXXXV^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Charge d'eau sur la tête de la vanne-reversoir, prise avant l'écoulement..	1	8
Hauteur de la vanne-reversoir au-dessus du fond du canal..................	4	1
Dépense ou hauteur dont l'eau a monté en 3 minutes dans le bassin........	5	0
Profondeur d'eau dans le canal à 10 toises au-dessous du reversoir............	1	0
Profondeur dans le même canal à 20 toises du reversoir................	1	6
Pente du canal.....................	$\frac{1}{256}$	

CLXXXVI^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Charge d'eau sur la tête de la vanne-reversoir......................	3	0
Hauteur de la vanne au-dessus du fond du canal........................	4	0
Dépense en 2 minutes ou hauteur dans le bassin........................	7	9

	po.	lig.
Profondeur assez bien réglée dans le canal au-dessous du reversoir........	1	10
Pente du canal.....................	$\frac{1}{302}$	

CLXXXVII^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Charge d'eau sur la tête de la vanne...	4	4 $\frac{1}{2}$
Hauteur de la vanne au-dessus du fond du canal........................	4	1
Dépense du reversoir en 3 minutes...	13	8 $\frac{1}{2}$

CLXXXVIII^e EXPÉRIENCE.

	po.	lig.
Charge d'eau sur la tête de la vanne...	6	4
Hauteur de la vanne au-dessus du fond du canal........................	6	0
Dépense du reversoir en une minute..	12	0
Profondeur d'eau non réglée dans le canal...........................	3	4
Pente du canal.....................	$\frac{1}{258}$	

Observations sur ces expériences.

411. On a observé les profondeurs du courant, que l'eau, qui avait reversé par-dessus la vanne-reversoir placée à la prise d'eau, formait dans le canal, en-dessous de cette vanne. Ce n'est pas que ce courant fût uniforme et réglé, il s'en fallait de beaucoup ; et d'ailleurs rien ne tendait à le régler, car les vannes du bac étaient ouvertes. Mais on peut remarquer par-là que la vîtesse imprimée par la chûte se conservait assez long-temps pour rendre la section fort petite sur une

longueur considérable; après quoi, la résistance des parois s'opposant par degrés à ce mouvement trop prompt, la vîtesse diminuait, et la section devenait plus grande. J'ai marqué cet effet dans la 185ᵉ expérience: c'était à proportion la même chose dans les autres.

412. On a donné ci-devant (§ 142) une formule propre à calculer la dépense des reversoirs avec contraction, en supposant que la hauteur de la nappe, sur la tête de la vanne, n'est que la moitié de la hauteur de la charge entiere; mais, comme les vîtesses de l'eau sont ici proportionnelles à la racine quarrée des charges, on peut tirer des expériences précédentes une formule, ou plutôt une méthode abrégée, pour trouver cette dépense, en supposant la section du reversoir égale à sa largeur, multipliée par la hauteur entiere de la charge d'eau; c'est-à-dire de la hauteur entiere d'où l'eau est censée tomber depuis le niveau du réservoir jusqu'au seuil du reversoir. On aura la dépense, en multipliant cette section par la racine quarrée du produit de cette charge par le nombre constant 128; c'est-à-dire qu'en nommant D la dépense, h la hauteur entiere de la charge, et l la largeur du reversoir, on aura $D = lh\sqrt{128\,h} = l\sqrt{128\,h^3}$, en supposant toujours l et h exprimés en pouces.

8.

Reversoirs ou vannages de même largeur que le lit d'une riviere ou d'un canal.

413. Quand un reversoir ou un vannage traverse le lit d'une riviere ou d'un canal, dont la largeur est uniforme, et égale à l'ouverture du reversoir, il ne s'y forme point de contraction latérale; et sa dépense doit être un peu plus considérable que dans le cas des quatre expériences précédentes : c'est pour en juger que nous fîmes les suivantes.

CLXXXIX^e EXPÉRIENCE.

Le reversoir était placé au milieu de la longueur du canal.

	tois.	po.	lig.
Charge d'eau sur la tête du canal,		9	2
Profondeur d'eau dans le canal, au-dessus du reversoir...........		10	8
Hauteur de la vanne au-dessus du fond du canal................		4	1
Dépense d'eau en une minute ou hauteur fournie dans le bassin..		15	0
Pente du canal.................		$\frac{1}{258}$	
Profondeur d'eau dans le canal, à l'aval du reversoir............		3	5
Profondeur dans le canal, 10 toises plus bas vers le bac..........		4	9
Distance depuis la tête du canal jusqu'à la vanne-reversoir.....	9	0	0
Distance du reversoir au bac.....	13	0	0

CXCe EXPÉRIENCE.

Le reversoir était placé à 6 toises de la tête du canal.

	po.	lig.
Charge d'eau sur la tête du canal......	8	2
Profondeur d'eau dans le canal au-dessus du reversoir......................	8	10
Hauteur de la vanne-reversoir au-dessus du fond du canal..................	4	1
Dépense d'eau en une minute ou hauteur fournie dans le bassin.........	9	6
Pente du canal.....................	$\frac{1}{302}$	
Profondeur d'eau assez uniforme dans le canal à l'aval du reversoir.........	3	5

CXCIe EXPÉRIENCE.

Le reversoir était placé au bout du canal près du bac.

	po.	lig.
Charge d'eau sur la tête du canal......	4	7 $\frac{1}{2}$
Profondeur vers le haut au-dessous de la tête du canal................	4	5
Pente du fond du canal...............	$\frac{1}{438}$	
Hauteur de la vanne-reversoir au-dessus du fond du canal..................	4	1
Dépense du reversoir en une minute ou hauteur fournie dans le bassin......	4	3 $\frac{1}{2}$

Mouvement de l'eau en-dessus du reversoir.

Profondeur d'eau dans le canal, à partir de la prise d'eau.	Espaces parcourus par l'eau au-dessus du reversoir	Nombre de secondes employées à parcourir les espaces correspondans		Vitesse par seconde, de l'eau dans le canal	
		à la surface	au fond.	à la surface.	au fond.
po. lig.	tois.			po.	po.
4 5	0	0"	0"	0	0
4 5	2	8	14 ½	18	9,93
4 6	2	8	14 ½	18	9,93
4 7	1	8	16	18	9,0
4 9 ½	1				
5 0	1	9 ½	17	15,15	8,47
5 5	1				
5 6	1	9 ½	18	15,15	8,0
5 8 ½	1				
5 9	1	11	19	13,09	7,57
6 0	1				
6 1	1	11	20	13,09	7,2
6 2	1				
6 4	1	12	20 ½	12,0	7,02
6 6 ½	1				
6 9	1	13	23 ½	11,07	6,12
7 1	1				
7 3	1	15	25	9,6	5,76
Reversoir.	$\frac{5}{6}$	Reversoir.			
Totaux...	19 $\frac{5}{6}$	105"	188"		

CXCIIe EXPÉRIENCE.

Le reversoir placé à l'entrée du bac, comme à l'expérience précédente.

Hauteur de la vanne au-dessus du fond du canal .... po. 4 lig. 1

Pente du fond du canal .... $\frac{1}{939}$

Le bac était réglé de maniere que l'eau y était soutenue au niveau du haut de la vanne-reversoir; et, dans ce cas, la dépense était d'un pouce par minute. Ensuite on baissa l'eau du bac, de maniere que l'eau, qui passait par-dessus la

vanne reversait en l'air et faisait nappe : la dépense, dans ce deuxieme cas, fut encore d'un pouce par minute.

La profondeur de l'eau daus le canal, 5 pieds au-dessus du reversoir, était de 5 pouces 4 lignes; et cette profondeur, mesurée de 2 toises en 2 toises, en remontant vers la tête du canal, fut trouvée de 5 po. : 4 po. 10 lig. : 4 po. 7 lig. : 4 po. 5 ½ lig. : 4 po. 4 lig. : 4 po. 2 lig. : 3 po. 10 lig. : 3 po. 9 lig. : 3 po. 8 lig.

CXCIIIe EXPÉRIENCE.

Reversoir non complet.

Le reversoir était placé à l'entrée du bac, comme aux expériences 191 et 192.

	po.	lig.
Charge d'eau sur la tête du canal.....	7	6
Profondeur d'eau dans le canal au-dessus du reversoir..................	10	0
Hauteur de la vanne au-dessus du fond du canal.........................	4	1
Pente du fond du canal.............	$\frac{1}{258}$	

Nota. L'eau inférienre était soutenue daus le bac environ 2 pouces plus haut que le sommet de la vanne, ou 6 pouces plus haut que le fond du canal, en sorte que le reversoir n'était pas complet.

	po.	lig.
La dépense en une minute a été de...	12	6
Profondeur d'eau dans le canal à 12 pieds au-dessus du reversoir.......	9	5
Profondeur d'eau dans le canal à 72 pieds au-dessus du reversoir.............	4	1

Observations sur ces expériences.

414. La dépense des reversoirs de cette espece, où il n'y a point de contraction latérale, est plus grande que celle des reversoirs adaptés dans la face d'un bassin entretenu constamment plein. L'eau a une vîtesse acquise en y arrivant; et il convient, dans l'évaluation de la charge entière, d'y faire entrer la chûte due à cette vîtesse. Ainsi on doit ajouter à la charge d'eau apparente sur le radier du reversoir, ou sur la tête de la vanne, la hauteur due à la vîtesse de l'eau immédiatement au-dessus du reversoir. On voit ci-devant (§ 145) ces hauteurs calculées d'après la section du canal en ce point comparée à la dépense. Ainsi, pour l'expérience 189, la charge apparente ou la hauteur au-dessus du reversoir est, selon l'expérience, $6^{po.},583$: la hauteur due à la vîtesse acquise, est $0^{pp.},625$. La somme de ces deux quantités, ou la hauteur entière du réservoir doit donc être comptée pour $7^{po.},208$, et ainsi des autres.

Si on nomme D la dépense, h la hauteur entiere dont on vient de parler, et l la largeur du reversoir, on déduit, des expériences précédentes, $D = lh\sqrt{135h}$, à peu de chose près; ce qui fait voir que la contraction est moindre ici que nous ne l'avons trouvée ci-devant (412) pour les reversoirs de la premiere espece. Ce résultat s'accorde avec la théorie que nous avons donnée précédemment (§ 144).

415. En examinant le mouvement de l'eau dans le canal, au-dessus du reversoir de l'expérience 191, on remarque que, quoique les vîtesses à la surface et au fond varient sans cesse, en diminuant, à mesure que la section croît, le le rapport qu'il y a entre elles est assez exactement assujetti à la loi qui est suivie dans le mouvement uniforme (67); il semble pourtant qu'à mesure que les vîtesses du fond deviennent plus petites, elles s'en écartent un peu, et diminuent moins à proportion que celles de la surface. C'est peut-être une suite de la liberté que les filets de la surface ont de se replier sur eux-mêmes à mesure que la section s'agrandit; tandis que ceux du fond, plus contenus par les supérieurs et par la paroi, essuient une communication de mouvement qui conserve une partie de la vîtesse antérieure.

CHAPITRE II.

Établissement d'un pont sur une riviere; expériences à ce sujet: de la vîtesse d'un bateau flottant, et des balancements de l'eau dans un canal fermé.

416. Le problême du remou, causé par les piles d'un pont, était un objet sur lequel on n'avait aucune observation; il était convenable de faire une expérience directe sur la hauteur à laquelle

les eaux d'une riviere peuvent s'élever, quand elles sont gênées par le rétrécissement que causent les piles d'un pont, ou les bajoyers d'une écluse ouverte.

Préparation aux deux expériences suivantes.

Pour avoir des données à-peu-près semblables à celles de la pratique, je fis faire en bois une pile et deux demi-piles, qui avaient ensemble 9 pouces d'épaisseur, savoir : la pile destinée à être placée au milieu du lit du canal factice, 4 pouces 6 lignes; et chacune des deux demi-piles, pour être appliquées contre les parois latérales du canal, qui était rectangulaire, 2 pouces 3 lignes : ainsi il restait à l'eau deux passages de 4 pouces une ligne chacun; en sorte que le lit était rétréci d'environ moitié. La longueur totale des piles était de 17 pouces $\frac{1}{4}$ depuis la pointe de l'avant-bec jusqu'à l'extrémité d'aval, qui était d'équerre. Les avant-becs étaient figurés en triangles isoscèles de 4 pouces 6 lignes de base sur 5 pouces pour chacun des côtés égaux, bien entendu que l'avant-bec des demi-piles n'était que moitié de l'avant-bec de la pile.

CXCIVᵉ EXPÉRIENCE.

Le canal fut réglé de telle maniere, qu'il avait $\frac{1}{1857}$ de pente, et $\overset{po.}{6,75}$ de hauteur d'eau sur la tête. Les piles du pont furent établies à 100 pieds

environ de distance de cette tête. On y fit couler l'eau, qui se fixa aux hauteurs suivantes. A l'avant-bec de la pile, la hauteur de l'eau au-dessus du fond du canal fut trouvée de 6 pouces 8 lignes; 3 pieds au-dessus, 6 pouces 9 lignes; 6 pieds plus haut, 6 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$; 6 pieds plus haut, 6 pouces 11 lignes; et de 6 pieds en 6 pieds, les hauteurs de l'eau furent 6 po. 9 lig. : 6 po. 8 lig. : 6 po. 8 lig. : 6 po. 7 lig. : 6 po. 7 lig. : 6 po. 6 $\frac{1}{2}$ lig. : 6 po. 6 lig. : 6 po. 6 lig. : 6 po. 5 lig. : 6 po. 5 lig. : 6 po. 3 lig. : 6 po. 6 lig. : 6 po. 7 lig. : et enfin 6 po. 9 lig. à la tête du canal.

La dépense de ce pont, pendant son établissement, était de 5 pouces 7 lignes de hauteur dans le bassin de maçonnerie, en une minute.

L'eau, en sortant du passage entre les piles, se développait en formant des arcs appartenants à un triangle équilatéral mixtiligne dont la largeur d'un des passages était la base rectiligne: on les voit ponctuées (fig. 37). Fig. 37.

Un pied au-dessous de l'extrémité d'aval des piles l'eau se choquait en croisant ses directions et formait un dessin en lozange. La profondeur réduite du courant n'y était que de 2 pouces 2 lignes, à cause de la grande vîtesse que l'eau acquérait par la chûte entre les piles.

Si on calcule par la formule du mouvement uniforme quelle eût été la profondeur du courant, réglé à cette pente, pour que le canal ordinaire dépensât 5 pouces 7 lignes par minute,

comme le faisaient alors les deux passages du pont, on trouvera qu'elle aurait dû être égale à $6^{po.},375$, ou 6 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, et la vitesse moyenne $13^{po.},15$: mais la hauteur de l'eau au-dessus du pont établi était de 6 pouces 11 lig. $\frac{1}{2}$. Ainsi la hauteur du remou, occasionné par les piles du pont, était d'environ 7 lignes.

CXCV^e EXPÉRIENCE.

Les piles du pont étaient placées comme dans l'expérience précédente, et la pente du canal était la même.

La hauteur de l'eau à l'avant-bec des piles s'est fixée à 5 pouces 4 lignes au-dessus du fond du canal : 9 pieds au-dessus elle était à 5 pouces 2 lignes ; 12 pieds plus loin, à 5 pouces ; et de 12 pieds en 12 pieds, elle était de $4^{po.}\ 11^{lig.}$: $4^{po.}\ 10^{lig.}$: $4^{po.}\ 8^{lig.}$: $4^{po.}\ 7^{lig.}$: $4^{po.}\ 6^{lig.}$: $5^{po.}\ 0^{lig.}$: et enfin, à la tête du canal, à environ 5 pouces.

La dépense a été de 7 pouces 1 ligne de hauteur dans le bassin, produite en 2 minutes. La profondeur de l'eau, en-dessous du pont, n'était que de 1 pouce 8 lignes.

Si on calcule, comme tout-à-l'heure, par la formule ordinaire, quelle eût été, à la pente $\frac{1}{1837}$, la profondeur uniforme du courant dans le canal ordinaire, pour faire la même dépense de 7 pouces 1 ligne en 2 minutes, on la trouvera de 4 pouces

6 lignes $\frac{1}{4}$, et la vîtesse moyenne serait de $11^{po.},75$: mais à cause des piles du pont, l'eau montait à 5 pouces 4 lignes. Ainsi la hauteur du remou, occasionné par le pont, est, dans cette expérience, de 0 pouce 9 lignes $\frac{3}{4}$. On peut voir (§ 158 et suiv.) les remarques que nous avons faites sur ces deux expériences.

CXCVI^e EXPÉRIENCE.

417. Nous avons prouvé ci-devant (220) que, quand un corps flotte librement à la surface d'une eau courante, il y doit prendre une vîtesse plus grande que celle du fluide qui le porte. En faisant l'expérience 183e nous trouvâmes l'occasion de vérifier l'exactitude de ce raisonnement. Un bateau chargé descendait la riviere au gré du courant, et parcourait 46 toises 2 pieds en 3′ 10″, tandis que la plus grande vîtesse du courant, au milieu de sa largeur, n'était que de 46 toises 2 pieds en 3′ 29″. Ainsi la vîtesse réelle du bateau était de $17^{po.},557$ par seconde, et celle du fil de l'eau, de $15^{po.},961$. La différence $1^{po.},596$, exprime la vîtesse relative avec laquelle le bateau se mouvait contre le fil de l'eau du courant qu'il devançait. Mais la vîtesse moyenne de la colonne qui répondait à la section du bateau était beaucoup moindre que la plus grande vitesse à la surface. Pour estimer cette vîtesse moyenne, on peut considérer que le lit avait 8 pieds de profondeur, et le

bateau tirant environ 6 pieds; la vîtesse au fond était d'environ 9 pouces, et celle qui répondait au niveau du fond du bateau, d'environ 13 pouces. Ainsi, en prenant une moyenne entre celle-ci et celle de la surface, on trouve $14^{\text{po.}},48$ pour la vîtesse moyenne de la colonne qui répondait à la section du bateau. La vîtesse moyenne relative du bateau contre cette colonne était donc de 3 pouces au moins. La résistance totale du bateau était égale au volume d'eau qu'il déplaçait, multiplié par la densité de l'eau et le produit multiplié par la pente de la riviere. Le volume était égal à 13 pieds 8 pouces de largeur, sur 6 pieds de hauteur, et 92 pieds réduits de longueur; c'est-à-dire à 7544 pieds cubes, qui, multipliés par $\frac{1}{35723}$ de pente, font 0,211 pieds cubes, ou $14^{\text{lig.}},77$. Cette résistance répond à une pression de $0^{\text{pi.}},002573$, ou de 0,030876 contre la plus grande section du bateau; tandis que la hauteur qui répond à 3 pouces de vîtesse n'est que $0^{\text{po.}},0124$. Il paraît de là que la vîtesse du bateau était trop petite, qu'elle tendait à augmenter, et qu'elle l'aurait fait, si le cours de la riviere eût été direct sur une longueur suffisante. On sera mieux en état de juger de ce calcul, quand nous aurons exposé les principes du choc et de la résistance des fluides; et il faut d'ailleurs remarquer que la résistance du bateau était plus grande qu'elle n'eût été dans un fluide indéfini, parce que sa section

faisait une partie considérable de celle de la riviere. Il suffit d'avoir observé ici que la vîtesse du bateau était réellement plus grande, non-seulement que celle de la colonne dont il occupait la place, mais même que la plus grande vîtesse prise à la surface du courant, ce qu'il importait surtout de vérifier; l'intensité de la résistance qu'il éprouvait dans l'excès de sa vîtesse dépendant d'ailleurs de la figure de sa proue, et de quantité de circonstances très-délicates dont il est inutile de nous occuper à-présent.

418. Enfin, pour ne rien omettre de tout ce qui peut contribuer à mettre dans tout leur jour les lois du mouvement de l'eau dans un lit quelconque, nous avons observé la durée des balancements de l'eau dans un canal fermé par les deux bouts.

Le canal factice étant fixé à une pente de 2 lignes sur 69 pieds de longueur, les deux vannes postiches des deux extrémités étant fermées et bien étanches, nous y mîmes successivement de l'eau qui le remplissait à différentes profondeurs; et, après avoir imprimé un mouvement par l'un des bouts du canal qui avait 21 toises de longueur, nous observâmes le temps que durait chaque balancement, soit en montant contre la pente du fond du canal, soit en descendant dans le sens de cette pente. Pour une hauteur d'eau constante, les balancements dans le même sens étaient isochrones; mais ils étaient constamment

moins longs en durée lorsque l'eau montait, que quand elle descendait. Plus il y avait de profondeur d'eau dans le canal, plus la durée des balancements était petite.

Numéros des expériences.	Profondeurs moyennes de l'eau dans le canal.		Durées des balancements, exprimés en secondes.	
	po.	lig.		
197.	3	10	En montant, 45"	En descendant, 55"
198.	5	7	Moyenne, 36"	
199.	7	1	En montant, 30"	En descendant, 32"
200.	9	4	En montant, 25"	En descendant, 27"

Fin de la seconde Partie.

PRINCIPES D'HYDRAULIQUE.

TROISIÈME PARTIE.

DE LA RÉSISTANCE DES FLUIDES.

419. C'EST un des plus importants problêmes de la mécanique générale, de déterminer quelle est la résistance qu'un corps en mouvement éprouve dans un fluide en repos ; et quel est l'effort nécessaire pour retenir ce corps immobile dans un fluide en mouvement. L'eau et l'air étant les agents inanimés les plus propres au service de l'homme, il en a appliqué l'action à la marine, et aux différentes machines hydrauliques. Par combien de tentatives, de recherches et d'efforts, a-t-on essayé d'asservir ces éléments et de les substituer aux esclaves qui n'obtenaient le pain dont ils étaient nourris qu'au prix du travail le plus assidu et le plus pénible ? La nécessité a inventé, c'est à l'art à perfectionner : mais l'art ne

fait souvent que des progrès très-lents; et la question dont nous nous occupons est une de celles qui paraissent destinées à échapper aux recherches de la théorie, quoiqu'elle ait exercé la sagacité des plus grands géometres.

Newton paraît être le premier qui, depuis le renouvellement des sciences, se soit occupé de la résistance des fluides. Ce beau génie, voulant soumettre leurs efforts aux formules de l'analyse, créa un fluide dont les molécules isolées et séparées les unes des autres, conservent quelque temps un mouvement communiqué, sans éprouver aucune altération, ni exercer aucune action entre elles. Malheureusement ce fluide n'existe pas dans la nature, non plus que les conséquences de cette hypothese gratuite; d'où il est résulté une théorie du choc, qui a néanmoins été longtemps regardée comme suffisante, et qu'on trouve développée dans tous les traités de mécanique. On en conclut, 1° qu'il faut le même effort pour mouvoir un corps dans un fluide avec une vîtesse donnée; ou pour le retenir immobile, si le fluide se meut avec la même vîtesse. 2° Que la résistance dépend de la partie antérieure au plan de la plus grande section du corps, pris perpendiculairement à la direction du mouvement, et que la longueur et la figure de la partie postérieure n'y contribuent en rien. Ainsi un cylindre mu dans la direction de son axe, éprouverait la même résistance que sa base antérieure réduite à un simple plan. 3° Qu'une surface quel-

conque éprouve des résistances proportionnelles au quarré des vîtesses, et à la densité des fluides. 4° Que les surfaces planes et directes éprouvent des résistances proportionnelles à leur étendue, et dont l'intensité peut se mesurer par le poids d'une colonne de même fluide, qui aurait pour base la surface choquée, et pour hauteur le double de celles qui est due à la vîtesse. 5° Que, si des surfaces planes, égales, se présentent à la direction du mouvement, selon différentes inclinaisons, les vîtesses qui en résulteront perpendiculairement à chacune d'elles, étant proportionnelles aux sinus d'incidence, les résistances, dans le même sens, seront comme les quarrés de ces sinus. Ainsi la résistance qu'éprouve un prisme triangulaire choqué contre ses deux faces obliques, est à celle de la base qui serait perpendiculaire à la direction du mouvement, comme le quarré du sinus d'incidence est à celui du sinus total. 6° Qu'en considérant les surfaces courbes comme une suite d'une infinité de plans différemment inclinés, on peut, par la loi précédente, comparer leur résistance avec celle de leur base, supposée isolée. Ainsi on trouve que la résistance d'une sphere n'est que la moitié de celle de son grand cercle. 7° Que, toutes choses égales d'ailleurs, la résistance des fluides incompressibles n'est que moitié de celle des fluides parfaitement élastiques.

420. Telles sont les conséquences qu'on peut déduire de cette théorie de Newton; mais les

expériences qu'il fit sur la chûte des spheres, tant dans l'air que dans l'eau, lui prouverent que si les résistances étaient proportionnelles aux surfaces et au quarré des vîtesses, leur intensité était moitié moindre qu'il ne l'avait calculée, et que, toutes choses égales, les résistances dans l'eau et dans l'air étaient comme les densités de ces fluides, et non comme le double de ce rapport. Ayant donc vu par-là que les chocs étaient différents pour des fluides continus dont les molécules agissent les unes sur les autres, tels qu'ils sont dans la nature, Newton fit une seconde théorie qui cadrait avec l'intensité du choc pour la sphere, mais qui est défectueuse en général, parce qu'elle ne fait dépendre la résistance que de la plus grande section du corps, prise perpendiculairement à la direction du choc, sans que la figure de la partie antérieure du corps y occasionne une variation bien sensible : aussi s'en est-on tenu à la premiere théorie.

421. Plusieurs géometres s'occuperent depuis à perfectionner les principes imaginés par Newton. MM. Daniel Bernoulli, d'Alembert, et Euler, entre autres, firent à ce sujet des recherches les plus profondes; et leurs résultats, trop compliqués pour s'appliquer facilement à la pratique, s'accordent néanmoins avec l'expérience dans quelques cas. On fit ensuite différentes expériences qui détruisirent plusieurs regles importantes de la théorie reçue : elles semblaient devoir éclaircir la question; mais elles n'ont fait au contraire que

l'obscurcir davantage, par une variété de résultats contradictoires en apparence, et regardés jusqu'à-présent comme inexplicables. On ne savait plus si la hauteur de la colonne fluide, dont le poids mesure la résistance, ou la hauteur due au choc, est égale à celle qui est due à la vîtesse, ou si elle est double, ou enfin moyenne entre ces deux extrêmes. Pour sortir de cette incertitude, M. l'abbé Bossut mesura immédiatement l'effort d'une veine fluide verticale, sortant d'un vase par un tuyau additionnel, et tombant sur une plaque plus large que la veine, fixée au bras d'une balance, et retenue horizontalement en équilibre par des poids opposés; il en conclut que la hauteur due au choc est un peu moindre que le double de celle qui est due à la vîtesse : résultat semblable à celui que M. d'Alembert a déduit de sa théorie pour le même cas. Quand on incline un peu la plaque, les résultats different très-peu de ceux qu'on déduirait de la théorie ordinaire, quoique les résistances obliques semblent diminuer en plus grande raison que le quarré des sinus des angles d'incidence. Hydrod. IIe partie, chap. 9, sect. 2.

422. M. le chevalier de Borda employa de nouveaux moyens, et n'obtint pas les mêmes résultats. Ayant fait mouvoir un cube flottant sur l'eau stagnante d'un grand bassin, il trouva que la hauteur due au choc contre une de ses faces n'excédait pas de beaucoup celle qui était due à la vîtesse. L'ayant fait mouvoir ensuite suivant la diagonale, il trouva que les chocs obliques di- Mém. de l'Académ. ann. 1763 et 1767.

minuaient en bien moindre raison que les quarrés des sinus des angles d'incidence. Une suite d'expériences sur différents corps mus dans l'air, ont donné de semblablables différences ; et cet académicien en a conclu un fait bien singulier, c'est que, pour les chocs obliques, la théorie ordinaire donne ceux des surfaces planes trop faibles, et ceux des surfaces courbes trop grands. Mais du reste tous ces corps, ainsi qu'une sphere mue dans l'eau, ont éprouvé des résistances sensiblement proportionnelles anx quarrés des vîtesses.

Nouvel. exp. sur la résistance des fluid., 1777.

423. En 1775, MM. d'Alembert, le marquis de Condorcet, et l'abbé Bossut, firent, par ordre du Gouvernement, une suite d'expériences sur le choc des fluides : elles ont été rendues publiques dans un ouvrage particulier. Ils choisirent à cet effet une grande pièce d'eau située dans l'enceinte de l'École Militaire, sur laquelle ils firent mouvoir plusieurs bateaux prismatiques, et d'autres figures différentes : ces corps flottants éprouverent des résistances qui croissaient dans un rapport un peu plus grand que le quarré des vîtesses. Et quant aux chocs obliques des surfaces planes, il fut reconnu que la théorie ordinaire était absolument défectueuse, et donnait les résistances beaucoup trop faibles, sur-tout pour les petits angles d'inclinaison. La hauteur due au choc fut évaluée égale à-peu-près à celle qui est due à la vîtesse pour les surfaces planes et di-

rectes : mais elle augmentait très-sensiblement, lorsque la longueur du corps diminuait.

On commença dès-lors à soupçonner que la longueur du corps et la figure de sa partie postérieure pouvaient influer sur sa résistance, et ce soupçon fut confirmé par de nouvelles expériences que M. le marquis de Condorcet et M. l'abbé Bossut firent sur un ancien réservoir d'eau à Paris. Le principal but était de trouver la loi des résistances pour des bateaux prismatiques, auxquels on adaptait des proues et des poupes curvilignes et rectilignes, formant différents angles. Ces expériences ont parfaitement confirmé tout ce qu'avait déja reconnu M. le chevalier de Borda, relativement aux chocs obliques; et elles ont prouvé de plus, qu'en conservant la même surface antérieure, les résistances diminuent par l'allongement des corps, et par l'addition des poupes aiguës.

Mém. de l'Académ. ann. 1778.

424. Tels étaient les faits qui étaient parvenus à notre connaissance, quand nous nous sommes occupés du même objet. Il eût été inutile de répéter des expériences semblables aux précédentes; elles n'eussent fait que confirmer inutilement des résultats certains. Mais, dans une question aussi compliquée, nous avons pu croire qu'on n'avait pas considéré la chose sous tous ses rapports; qu'il fallait analyser la résistance en la décomposant, et en consultant la nature sur chaque élément qui la constitue, et dont l'influence peut être sen-

sible sur le choc. Nous nous sommes ainsi frayés une nouvelle route, qui pourra conduire, en multipliant les expériences, à déduire une loi générale applicable à tous les cas, si pourtant il en existe une assez simple pour cela. Nous ne sommes pas aussi heureux à cet égard que pour le cours des fluides; mais notre travail fournira aux géometres qui voudront s'en occuper, des données nouvelles et importantes, et détrompera tout-à-fait des préjugés de l'ancienne théorie fondée sur des hypothèses hors de la nature. Ces matériaux d'une théorie nouvelle méritent d'autant plus de confiance, qu'ils rendent raison des irrégularités apparentes qu'on remarque dans les expériences faites jusqu'à ce jour; et on verra qu'elles sont une suite nécessaire de la nature de la résistance effective et possible des fluides.

SECTION PREMIÈRE.

DE LA RÉSISTANCE DE L'EAU CONSIDÉRÉE COMME FLUIDE INCOMPRESSIBLE.

CHAPITRE PREMIER.

Mesure du choc d'une veine fluide isolée contre une surface plane immobile.

425. LORSQU'UNE colonne, ou une veine fluide, se meut uniformément, les molécules postérieures et antérieures ne peuvent exercer, dans le sens du mouvement, aucune action entre elles, puisqu'elles se meuvent avec la même vîtesse. Mais si un obstacle invincible, tel que la surface d'un corps solide, que nous supposerons égale à la section de la veine qui se meut, interrompt le cours de la colonne, dès le même instant les tranches postérieures agiront sur celles que le corps retient pour les presser; et celles-ci agiront sur les antérieures pour les arrêter. Il faudra donc que les tranches arrêtées par la surface, cherchent, en vertu de la fluidité, à s'échapper par tous les points qui offriront moins de résistance. Si la surface résistante est directe au courant, et plane, les premieres molécules qui s'y

trouvent arrêtées ne peuvent se mouvoir que parallèlement à elle; ce qui arrête le mouvement des particules suivantes. Mais, à cause de l'extrême mobilité des fluides, cette stagnation ne peut se faire sentir qu'à une certaine distance en amont de l'obstacle. Là, les filets se devient vers les bords; et par ce mouvement oblique, conservent une partie de leur vîtesse de translation, d'autant plus grande, qu'ils se dévient de plus loin, ou que la déviation est plus oblique. Si cette déviation avait lieu pour tous les filets, à une distance très-grande, relativement à l'étendue de la surface, le choc deviendrait insensible, ce qui n'est pas. Elle a donc ses limites; et dans tous les cas les molécules, en avant de la surface choquée, perdent une partie de leur vîtesse de translation; ce qui produit nécessairement contre cette surface une pression égale à la force qui serait capable d'imprimer, à une certaine partie du fluide, le mouvement qu'elle a perdu.

426. Il est donc probable, 1° que le choc ne se fait point immédiatement contre la surface qui est opposée à la colonne ou à la veine, puisque les filets se dévient avant de la toucher, et que les molécules qui la touchent ont un mouvement dont la direction lui est parallèle. 2° Qu'à même vîtesse, la déviation se fait d'une maniere semblable pour différentes surfaces, pourvu qu'elles soient moindres, ou tout au plus égales à la section de la veine fluide. Le rapport de la vîtesse perdue à la vîtesse primitive reste donc le même,

et l'effet de la pression est proportionnel aux surfaces. 3° Que la surface étant constante, la déviation est sensiblement la même pour différents degrés de vîtesses ; ce qui indique encore l'égalité du rapport entre les vîtesses perdues et les vîtesses primitives : mais l'effet du choc, ou l'effort capable d'imprimer la vîtesse perdue, est proportionnel au quarré de cette vîtesse ; il en résulte donc que la résistance augmente comme le quarré des vîtesses. 4° Que si la déviation est la même pour différents fluides incompressibles, toutes choses étant égales d'ailleurs, les sommes des pertes de mouvement seront proportionnelles au nombre des molécules, ou à la densité des fluides. On peut donc, suivant les notions les plus ordinaires, mesurer le choc par le poids d'une colonne fluide qui aurait pour base la surface choquée, et une hauteur proportionnelle au quarré de la vîtesse du choc, ou à sa hauteur due.

Nous allons montrer par l'expérience que, quand une veine isolée choque une surface plus petite que sa section, ou qui l'égale, la hauteur due au choc est la même que la hauteur due à la vîtesse de la veine. Pour cela, imaginons que le corps résistant soit lui-même une colonne fluide qui, par une pression supérieure, tende à se mouvoir en sens contraire de celle qui vient la choquer. Lorsque la premiere restera en équilibre, sa pression mesurera exactement l'effet de la veine en mouvement. C'est de cette maniere que sont faites les expériences suivantes.

Préparations aux expériences.

427. On a employé des veines fluides sortant par un orifice mince, et par des tuyaux additionnels de différents diametres, et sous des charges ou des hauteurs de réservoir différentes.

Sur une regle de 4 pieds de longueur a été fixé un tube de verre d'une ligne et demie de diametre intérieur, recourbé d'équerre vers sa partie inférieure, à laquelle on a adapté successivement différents instruments destinés à recevoir le choc des veines fluides qui devaient faire équilibre à la colonne montante dans le tube. 1° Un double cône terminé d'un côté par une pointe aiguë, au sommet de laquelle était percé un trou d'une ligne de diametre. Le sommet de l'autre cône recevait le tube de verre avec lequel il était luté. 2° Un simple entonnoir joint et luté au tube par le sommet, et ouvert par sa base. 3° Un plateau de 16 lignes de diametre, soudé au bout d'un tuyau de 4 lignes de diametre, qui était joint au tube : le centre du plateau était percé d'une petite ouverture. Dans la 201e expérience, le diametre du plateau avait été réduit à 8 lignes. 4° Un cylindre de 6 pouces de longueur sur 6 lignes de diametre, luté avec le tube par un bout, et l'autre bout ouvert pour recevoir le choc des veines. 5° Un tube recourbé par le bas en demi-cercle, pour recevoir le choc vertical d'une veine, et montrer dans l'autre branche montante la hauteur de la

colonne qui faisait équilibre au choc : son diametre intérieur était d'une ligne et demie. Tous ces instruments, excepté le dernier, étaient en fer-blanc ; et, étant fixés solidement au tube, leur axe se trouvait horizontal quand la regle était verticale.

CCI[e] EXPÉRIENCE.

428. La veine sortait par un orifice mince de 2 pouces de diametre, percé dans une feuille de fer-blanc clouée au bas d'un tonneau de 2 pieds 6 pouces de diametre, dans lequel l'eau était entretenue constamment, au moyen de trois pompes de bateau, 1 pied 10 pouces 9 lignes de hauteur au-dessus du centre de l'orifice.

	pi.	po.	lig.
Le plateau n° 3, étant présenté directement au milieu de la veine, à quelques lignes de l'orifice, l'eau s'est élevée dans le tube à........	1	10	11
Le cylindre n° 4, étant présenté au milieu de la veine, à la même distance, l'eau s'est élevée dans le tube sensiblement à la même hauteur..........................	1	10	11
Le double cône n° 1, étant présenté au centre, et ensuite au bord de la veine, l'eau s'est élevée également dans les deux cas jusqu'à....	1	11	3

Il résulte de cette expérience que la vîtesse d'une veine, qui sort par un orifice mince, est la même sur toute sa largeur, et qu'il y a sensi-

blement égalité entre les hauteurs dues au choc et à la vîtesse. L'excès de hauteur de 2 lignes qu'on observe dans les deux premiers cas, peut être attribué à l'attraction du tuyau de verre. Et, si on ôte aussi ces 2 lignes de la hauteur donnée par le double cône, il reste 1 pied 11 pouces 1 ligne, qui ne surpassent que de 4 lignes la hauteur du réservoir. Il a pu se faire que les ouvriers qui entretenaient le réservoir plein, aient pompé avec plus de force, ce qui a pu occasionner une nappe d'eau plus élevée qui reversait par-dessus les bords du tonneau.

CCII[e] EXPÉRIENCE.

429. La veine sortait par un tuyau additionnel de 2 pouces de diametre, soudé à la même feuille de fer-blanc, clouée au bas du tonneau qui a servi à l'expérience précédente : l'eau était entretenue par le même moyen à la même hauteur de de 1 pied 10 pouces 9 lignes au-dessus du centre du tuyau additionnel.

	pi	po.	lig.
Le plateau n° 3 étant présenté au milieu de la veine à 3 lignes de distance du bout du tuyau, l'eau est montée à..................	1	10	11
Le même plateau étant présenté à 3 pouces de distance du bout du tuyau, l'eau n'est montée qu'à....	1	9	3
Le double cône étant présenté au centre de la veine, et ensuite un peu à côté, à une distance qui			

	pi	po.	lg.
n'a pas été observée, l'eau s'est élevée dans les deux cas à la même hauteur de....................	I	9	3
Mais l'ayant ensuite placé à environ une ligne de la circonférence de la veine, l'eau ne s'est élevée qu'à environ..................	I	3	3

On voit, par cette expérience, que les vîtesses d'une veine qui sort par un tuyau additionnel, décroissent considérablement du centre à la circonférence : mais une remarque aussi importante est que l'intensité du choc dépend de la position de l'obstacle ou de la surface choquée par la veine. Quand le plateau était éloigné de 3 pouces du bout du tuyau additionnel, l'eau s'élevait moins dans le tube que quand il en était beaucoup plus près ; et nous avons éprouvé de même, que, quand la pointe du double cône était introduite dans le bout du tuyau additionnel, l'ascension dans le tube était un peu augmentée. Cet effet vient de ce que la déviation des filets était gênée, et se faisait de moins loin quand l'obstacle était plus rapproché de l'orifice qui contenait la veine.

CCIII[e] EXPÉRIENCE.

430. Le réservoir était un tonneau d'environ 18 pouces de diametre, dans lequel l'eau était entretenu à une hauteur constante de 12 pouces au-dessus du centre d'un tuyau additionnel horizontal de 7 lignes de diametre.

On a présenté à la veine le sommet du double cône à 6 lignes de distance du bout du tuyau additionnel ; l'eau est montée dans le tube à — pi. 1, po. 0, lig. 2

On a remarqué que l'eau baissait dans le tube, lorsque les axes de la veine et du double cône ne coïncidaient pas : ce qui montre aussi la diminution des vîtesses de la veine, du centre à la circonférence.

En négligeant les deux lignes de hauteur dont l'eau pouvait s'élever dans le tube par la seule attraction du verre, comme dans les expériences précédentes, on peut conclure que la hauteur due au choc égalait celle qui était due à la vîtesse, vis-à-vis le petit orifice : car, dans un tuyau additionnel, les filets qui avoisinent le centre, n'éprouvant ni frottement ni déviation, doivent avoir la vîtesse due à toute la hauteur de la charge.

CCIV^e EXPÉRIENCE.

431. La même veine ayant été reçue dans l'entonnoir n° 2, dont l'entrée était beaucoup plus grande que le diametre de la veine, l'eau est montée dans le tube à une hauteur un peu moindre que la hauteur du réservoir. La même chose est arrivée en recevant la veine contre un plateau autre que le n° 3, et dont le diametre était un peu moindre que celui de la veine.

Dans ces deux cas, la vîtesse moyenne de la veine, reçue dans l'entonnoir ou contre le pla-

teau, étant moindre que celle qui était due à la hauteur entiere du réservoir, l'eau a dû se soutenir aussi à une moindre hauteur.

CCV[e] EXPÉRIENCE.

432. Le réservoir était un vase cylindrique de fer-blanc, de 3 pouces de diametre et de 8 pouces de hauteur, au fond duquel était soudé un tuyau additionnel vertical de 4 lignes de diametre : on a ensuite assujéti le tuyau recourbé, nº 5, de maniere que son orifice horizontal inférieur se trouvât vis-à-vis, et 3 lignes plus bas que l'orifice du tuyau additionnel. La veine qui sortait verticalement du vase entretenu plein, a soutenu dans la branche verticale du tube une colonne sensiblement égale à la hauteur du réservoir.

On peut remarquer que l'attraction du tube tendait à faire monter l'eau d'environ 2 lignes de plus que la hauteur du réservoir; mais l'orifice du tuyau recourbé ayant les $\frac{3}{4}$ du diametre de la veine qui sortait par le tuyau additionnel, la vîtesse moyenne de cette partie de la veine, qui pressait la colonne montant dans le tube, était un peu moindre que celle qui répondait à la charge entiere : ainsi il pouvait y avoir compensation.

Cette expérience confirme donc encore que l'eau tombant, et étant chassée par une charge verticale, produit un choc dont la hauteur qui lui est due est égale à la hauteur due à la vîtesse. Mais il faut bien distinguer ici le choc produit par la veine

sur une surface qui aurait même diametre qu'elle, d'avec l'effort dont serait capable cette veine, si elle frappait et était reçue sur un plateau d'un plus grand diametre. Nous savons, par une expérience de M. l'abbé Bossut, qu'une veine verticale, sortant d'un tuyau additionnel, et reçue sur un plateau dont le diametre était au moins triple de celui de la veine, y a exercé une pression égale au poids d'une colonne d'eau qui aurait eu pour base la section de la veine, et une hauteur égale aux $\frac{4}{3}$ de la hauteur du réservoir; mais cette pression n'était pas mesurée, comme dans nos expériences, par la hauteur d'une colonne fluide; elle était représentée par des poids mis à l'extrémité du fléau d'une balance hydrostatique, qui faisaient équilibre à la résistance entiere de la colonne sur le plateau. Or, la veine s'élargissait beaucoup contre le plateau, ses filets se déviaient en entier et prenaient une direction horizontale après l'avoir frappé. Ainsi, pour avoir l'action entiere de la veine, il fallait ajouter à son choc, contre un cercle égal à son aire, la pression contre un anneau d'une certaine étendue autour de ce cercle. Tellement qu'on peut conclure de cette expérience, que l'aire censée frappée dans le plateau par la veine fluide, et qui éprouvait une pression due à la hauteur du réservoir, était les $\frac{4}{3}$ de l'aire de la veine; ou que, si la pression moyenne de cette veine était, comme cela est vrai, moindre que celle qui était due à la charge entiere, l'aire censée frappée sur le plateau était plus grande

que les $\frac{4}{3}$ de l'aire de la veine, et en égalait peut-être les $\frac{2}{3}$ plus ou moins.

Ce qui semble confirmer ce raisonuement, c'est qu'en comparant le choc direct avec le choc oblique sur cette plaque, inclinée à 60 degrés, celui-ci est moindre qu'en raison des quarrés des sinus des angles d'incidence; tandis que, dans toutes les autres expériences qui ont été faites depuis sur les chocs obliques, on a trouvé que le contraire a lieu pour les surfaces planes. Si donc cette expérience seule offre ici un résultat contraire, cela vient de ce que les filets se dévient beaucoup plus aisément quand le plateau est incliné, que quand il est direct; et que la surface censée choquée par la veine diminue de grandeur quand le choc devient oblique.

433. Il résulte des expériences qui précèdent, que le choc d'une colonne ou d'une veine fluide contre une surface de même étendue et directe, est sensiblement égale au produit de cette surface par la hauteur due à la vîtesse. L'intensité du choc dépend néanmoins en partie de la liberté plus ou moins grande que les filets ont de se dévier aux approches de cette surface; mais si la veine rencontre une surface plus grande qu'elle, qui l'oblige à changer en entier la direction de tous ses filets, la vîtesse perdue étant par-là augmentée, la résistance devient beaucoup plus grande.

434. Telles sont les conséquences générales que nous pouvons déduire de ces expériences, que nous n'avons pas multipliées davantage, parce

qu'elles ne pouvaient pas nous mener au but que nous avions en vue, qui était de déterminer la résistance dans un fluide indéfini. En effet une colonne isolée qui a la liberté de s'étendre en tout sens autour d'un obstacle qu'on lui présente, ne peut augmenter sa vîtesse au-delà de celle que peut produire la hauteur du réservoir d'où elle sort. Mais il n'en est pas de même d'une grande masse d'eau en mouvement, telle que celle d'une riviere ou d'un canal, à laquelle on présente intérieurement un obstacle quelconque. Les filets qui eussent passé directement, et avec la vîtesse du courant, dans l'espace occupé par le corps résistant, sont obligés de couler autour de lui, sans pouvoir écarter sensiblement le fluide ambiant, comme dans une vaine isolée. Ils sont, dis-je, obligés de couler avec plus de rapidité sur un certain espace autour du corps, en se mêlant avec les filets que l'obstacle n'a pas écartés de leur premiere direction. De dire ou d'imaginer comment dans un fluide indéfini, dans lequel le corps peut être plongé, la vîtesse des molécules peut être augmentée par degrés, pour passer autour du corps, et quelle est la maniere dont est produite cette augmentation, tandis que le reste du fluide ambiant se meut uniformément, comme si le corps était absent, c'est ce que nous n'entreprendrons pas. Il suffit de savoir que cela se passe ainsi, et l'expérience ne peut être démentie à cet égard. On voit un courant avoir plus de vîtesse autour d'un obstacle que dans la partie où il coule libre-

ment; et cela n'arrive pas seulement à la surface de l'eau, mais cet effet doit être plus considérable quand le corps résistant est plongé à une certaine profondeur. La raison en est que, dans le premier cas, l'eau peut s'élever à la surface, et former un remou qui augmente la section en hauteur, aux dépens de l'augmentation de la vîtesse, ce qui ne peut arriver dans le second cas. Ainsi un rocher fixé au fond d'un courant, ou sur une plage de sable que la mer couvre et découvre, est toujours déchaussé autour de sa base par l'action de l'eau qui en emporte le sable pour le déposer ailleurs.

435. Cette augmentation de vîtesse doit sans doute influer sur le choc; mais est-ce pour l'augmenter? C'est à l'expérience à décider cette question. Si on devait sur cela hasarder une conjecture, il semblerait que la vîtesse n'étant pas augmentée seulement à l'entour du corps, mais même à quelque distance en avant de lui : cette cause, jointe à une déviation différente, doit rendre la pression plus grande que celle qui serait due à la vîtesse ordinaire du courant. Avant de passer aux expériences qui développent cette vérité, en voici une dans laquelle l'effet est intermédiaire entre celui d'une colonne isolée et celui d'un fluide indéfini.

CCVI[e] EXPÉRIENCE.

436. On s'est servi de la vanne d'un coursier de moulin, qu'on a levée de 5 pouces 9 lignes au-

dessus du radier, qui était à-peu-près de niveau en dessus et en dessous de la vanne; le passage avait environ 4 pieds de largeur, et la charge au-dessus du milieu de l'orifice était constamment de 2 pieds 1 pouce 1 ligne. Le plateau nº 3 (427) fut présenté à cette veine, un peu au-dessus du milieu, en sorte qu'il y avait 2 pieds 1 pouce 4 lignes de charge sur l'orifice central du plateau, et 2 à 3 pouces de distance entre ce plateau et la vanne, pour saisir à-peu-près le point de la plus grande contraction de la veine. Dans cette position, l'eau s'éleva de 2 pieds 4 pouces 11 lignes dans le tube, c'est-à-dire 3 pouces 7 lignes plus haut que le réservoir. La pression contre le centre du plateau était donc due à une hauteur qui était les $\frac{8}{7}$ de celle qui répondait à la vîtesse de la veine libre; car il est probable, de quelque manière que se fît la contraction, que la vîtesse du filet du milieu de cette veine était sensiblement due à toute la charge, lorsqu'elle n'était pas gênée par le plateau. Si on la supposait moindre, l'augmentation de la pression serait encore plus grande.

Dans cette expérience, l'eau de la veine ne s'élevait pas beaucoup au-dessus du bord du plateau : mais la vanne ayant été fixée à 2 pouces et demi d'élévation, de maniere que le bord du plateau rasât à-peu-près la surface de la veine amincie, l'eau jaillissait de toutes parts, et ne montait dans le tube qu'à la hauteur du réservoir, comme nous l'avons vu dans la veine isolée.

CHAPITRE II.

Mesure de la pression directe qu'éprouve la surface plane d'un corps immobile dans un fluide indéfini qui vient à sa rencontre.

437. Quand on observe le choc d'un fluide contre un corps immobile, on remarque que le fluide commence à se détourner à une certaine distance du corps, pour passer autour de sa plus grande section, et qu'il se forme en avant une espèce de proue fluide qui paraît stagnante, si on la compare au mouvement du fluide ambiant. Tous les filets qui auraient passé dans l'espace occupé par le corps, sont forcés, comme je l'ai déja dit, de se détourner et de se mêler, sur une largeur assez limitée, avec ceux qui suivent leur mouvement autour du corps. Cette réunion ne peut avoir lieu sans une augmentation de vîtesse causée par l'effet du choc, qui se propage dans tous les sens, comme une pression, et fait échapper le fluide par le côté qui offre le moins de résistance.

Pour peu qu'on réfléchisse sur la nature de l'eau, on sentira que les molécules qui composent la proue fluide ne peuvent pas rester immobiles, tandis que d'autres molécules s'écoulent rapidement autour d'elles. Elles doivent au contraire se mouvoir intérieurement avec des vîtesses

qui décroissent rapidement vers l'axe, et avec des directions convergentes vers les bords de la surface choquée.

438. Pour nous faire une idée plus nette de ce mouvement, imaginons un cylindre vertical rempli d'eau, ayant un fond moins étendu que son aire, de sorte que l'eau ne puisse s'échapper que par une couronne concentrique à la paroi. Les filets qui répondent à l'ouverture de cette couronne ne seront pas les seuls en mouvement; mais on verra tous les autres se diriger plus ou moins obliquement vers la couronne; et les molécules situées sur le fond même se mouvront parallèlement à ce plan, avec des vîtesses qui s'accélèreront très-rapidement vers la circonférence. Nous avons vu cet effet dans une circonstance où il paraissait plus étonnant encore. Dans nos expériences sur les reversoirs, une groseille, qui avait servi à mesurer les vîtesses de l'eau au fond du canal, en amont de la vanne-reversoir, étant parvenue au pied de cette vanne, fut enlevée par le mouvement du fluide qui glissait en remontant verticalement pour s'échapper par le reversoir. Il en est de même du mouvement des molécules de l'eau contre une surface choquée; le fluide acquiert par-devant, et dans une direction parallèle, des vîtesses qui, très-faibles vers le centre, et croissant par degrés à mesure qu'elles s'en éloignent dans toutes les directions, sont enfin considérables vers les bords de la surface.

439. Si cela est de la sorte, comme l'expérience

ne permet pas d'en douter, il n'est pas possible que chacun des points de la surface exposée au choc du fluide éprouve la même pression. Pour bien comprendre la raison de cette inégalité de pression, il faut se rappeler le principe que nous avons développé (253 et suiv.), qui est que, quand l'eau coule le long d'une surface, en vertu d'une charge supérieure, la hauteur due à la pression qu'éprouve cette surface est égale à celle qui aurait lieu si le fluide était en repos, moins la hauteur due à la vîtesse moyenne réelle du fluide dans le sens parallèle à la surface. Ce fait sera d'ailleurs confirmé par une des expériences suivantes, chap. V; on y verra qu'ayant fait mouvoir, à une certaine profondeur, dans une eau stagnante, un tube vertical ouvert par les deux bouts, dont le supérieur était hors de l'eau, le fluide s'est maintenu dans le tube, plus bas que la superficie du réservoir, d'une quantité à-peu-près égale à la hauteur due à la vîtesse avec laquelle il était mu. D'après ce principe, la pression, occasionnée par le choc contre une surface, doit diminuer du centre à la circonférence, puisque les vîtesses du fluide qui s'échappe suivent un ordre contraire. Ainsi, quand même il serait vrai que la pression contre le centre dût se mesurer par le double de la hauteur due à la vîtesse directe du fluide, l'effet total de la pression contre un plan doit donner un résultat moindre que le double, puisqu'il n'est que la résultante ou la moyenne de toutes les pressions

partielles. Pour vérifier ces faits, aussi nouveaux qu'importants, nous rapporterons les expériences suivantes.

Préparation aux expériences.

440. Le premier instrument que nous employâmes à ces expériences sur la pression fut Fig. 38. une boîte, fig. 38, de 12 pouces de largeur, 14 pouces de hauteur, et 4 pouces d'épaisseur hors œuvre, fermée de tous côtés, excepté par le dessus; elle était faite de planches d'un pouce d'épaisseur; ainsi sa capacité intérieure était de 10 pouces sur 2. La planche de derriere montait 15 pouces plus haut que celle de devant; elle portait une petite regle graduée, et elle était traversée, vers son sommet, d'un boulon à tête quarrée qui avait 6 pouces de longueur, et un écrou mobile. Ce boulon, fixé à la planche, glissait dans une rainure à jour, faite au milieu d'un pilot quarré; tellement qu'en serrant l'écrou, on fixait la boîte avec le pilot à telle hauteur qu'on voulait; tandis que le pilot, portant par sa pointe dans le sol du fond d'un canal, et par sa tête contre les longerons d'un pont jeté en travers du canal, restait ferme et bien d'à-plomb.

Le devant de la boîte était percé de treize trous de 6 lignes de diamètre chacun, disposés en quinconce dans un rectangle ABCD de 10 pouces de hauteur sur 10 pouces 9 lignes de largeur.

Un petit bateau ou flotteur, portant dans son

milieu un mât de fil de laiton, devait flotter sur l'eau contenue dans la boîte, et avertir des variations que le niveau de sa surface devait éprouver.

On prépara aussi un autre instrument, fig. 39, pour servir au même usage que le premier; c'était une planche de 7 pouces en quarré sur 19 lignes d'épaisseur, qu'on évida circulairement d'un pouce de profondeur sur 5 pouces $\frac{1}{2}$ de diamètre; ensuite on recouvrit le tout d'un feuillet de 3 lignes d'épaisseur, percé de vingt-un trous qui répondaient dans la cavité de cette boîte. Il y avait sept trous dans le diametre horizontal, et autant dans le vertical, compris celui du centre, qui était commun; il y en avait aussi huit autres, disposés deux à deux dans le sens des diagonales. La distance entre les centres des premiers trous était de 11 lignes; le premier, dans les diagonales, était à 20 lignes du point central, et le second à 33 lignes. Le fond opposé de la boîte était percé d'un seul trou de 4 lignes de diametre, placé au centre; et sur le derriere était cloué et mastiqué un entonnoir de fer-blanc, recourbé, dont la tige montante recevait un tuyau de verre avec lequel elle était mastiquée. Le tout était fixé avec une forte de regle divisée en pouces et en lignes. Fig. 39.

J'avais fait jeter un pont sur un canal de 15 pieds de largeur, dans lequel on pouvait, au moyen d'une écluse, produire un courant de 3 pieds de profondeur, avec une vîtesse de plus de 40 pouces par seconde. Les longerons du pont étaient d'une seule portée, en sorte que rien ne

troublait le cours de l'eau; et il y avait peu de distance entre la surface du courant et le dessous des longerons.

441. Enfin je fis faire un volant ou un moulinet en bois de sapin très-sec, qui consistait en huit ailes de 3 pouces en quarré chacune, situées à l'extrémité d'autant de bras, qui avaient 9 pouces de longueur, et 6 lignes de largeur; l'épaisseur des ailes et des bras n'était que d'une ligne et demie; l'extrémité de ces bras, opposée à l'aile, était engagée dans un moyeu à huit pans, qui avait 3 pouces de grosseur, et 3 pouces 2 lignes de longueur. Ce moulinet tournait sur deux pivots ou essieux de $\frac{7}{15}$ de ligne de diametre, retenus dans deux chapes de cuivre à demi-percées, qui étaient fixées à leur tour dans deux jumelles de bois parallèles l'une à l'autre, et assemblées avec un châssis. Pour contenir les ailes du moulinet à la distance qui leur convenait, et leur donner de l'ensemble, on passa un fil de laiton très-délié du centre d'une aile au centre de l'autre, en faisant tout le tour, et arrêtant le fil à chaque aile par un tour passé dans deux petits trous percés vers le centre de chaque aile. Ainsi l'impulsion donnée à une seule aile se communiquait à toutes les autres par le moyen de ce fil qui était bien tendu. Le poids total de cet instrument était de 11 onces 2 gros. On voit que le centre de grandeur de chaque aile était distant du centre de rotation de 12 pouces juste, et que

le premier parcourait 75,43 po. dans une révolution entière.

CCVII° EXPÉRIENCE.

442. La vîtesse du courant était telle, que le moulinet faisait 33 $\frac{1}{2}$ tours par minute. Le centre de percussion de l'aile trempée était enfoncé de 4 pouces 2 lignes au-dessous de la surface de l'eau prise au milieu du canal.

La premiere boîte, fig. 38, étant plongée dans le courant, de maniere que son bord inférieur était enfoncé de 8 pouces 4 lignes au-dessous de la surface primitive de l'eau, il se faisait contre ce plan, dont tous les trous étaient fermés, un remou central de 3 pouces 7 lignes, un remou latéral de 2 pouces 9 lignes, et un abaissement à la surface de l'eau, derriere la boîte, d'environ 3 pouces au-dessous de la surface primitive de l'eau.

Dans cet état, si on ouvrait tous les trous du devant de la boîte, excepté les trois d'en haut, la surface de l'eau dans la boîte se fixait 2 pouces 7 lignes au-dessus du niveau moyen du courant, observé avant l'immersion de la boîte. Si on ouvrait le trou du milieu, tous les autres étant fermés, l'eau s'élevait dans la boîte 3 pouces 4 lignes au-dessus du même niveau. Si on ouvrait un des trous collatéraux au centre, ou tous les deux à-la-fois, tous les autres restant fermés, l'eau s'élevait de 2 pouces 5 lignes. Si on ouvrait les

deux trous de la rangée inférieure au centre, ou seulement l'un des deux, tous les autres étant fermés, l'eau s'élevait de 3 pouces. Le seul trou de la derniere rangée inférieure, à-plomb du centre, donnait 2 pouces 1 ligne : mais ceux des angles ne donnaient que 1 pouce 6 lignes.

Enfin les deux trous de la rangée au-dessus du centre, tous les autres étant fermés, donnaient 3 pouces 1 ligne.

On a observé que, quand le centre de l'aile du volant était plongé de 6 pouces, il ne faisait que 31 tours par minute. Quand ce même centre n'était plongé que de 1 pouce 6 lignes, le volant faisait 36 tours par minute; et, quand le volant était placé au quart de la largeur du canal, et le centre de l'aile enfoncé de 1 pouce 6 lignes, il ne faisait plus que 26 $\frac{1}{2}$ tours par minute.

CCVIII^e EXPÉRIENCE.

443. On a employé le deuxieme instrument, fig. 39; le volant faisait 33 $\frac{1}{2}$ tours par minute. Le centre du plan de 7 pouces en quarré était abaissé de 6 pouces au-dessous de la surface primitive de l'eau; il se faisait un remou de 2 pouces de hauteur contre la tige de l'instrument, et un abaissement ou un creux de 6 pouces par derriere. La pression contre les différents trous, ouverts successivement, fit monter l'eau dans le tube aux hauteurs suivantes:

Trous ouverts.	Hauteurs de la colonne d'eau dans le tube.	
	po.	lig.
Tous les trous	2	7 $\frac{1}{2}$
Le trou du centre de l'instrument	3	5
Premier, au-dessous du centre	3	1
Deuxieme, au-dessous du centre	2	9
Troisieme, au-dessous du centre	2	3
Premier, à côté du centre	3	4
Deuxieme, à côté du centre	3	0
Troisieme, à côté du centre	2	6
Premier, au-dessus du centre	3	3
Deuxieme, au-dessus du centre	3	0
Troisieme ou dernier, en haut	2	7 $\frac{1}{2}$
Premier, au-dessus du centre en diagonale	3	0
Deuxieme et dernier, en diagonale	2	7

Conséquences et observations sur ces expériences.

444. On voit d'abord que la pression sur les différents points d'une surface choquée est très-inégale, et qu'elle va en décroissant du centre vers les bords. La vîtesse du courant à la profondeur du centre de l'instrument, étant de 42,1 po., sa hauteur due est de 2 pouces 5 lignes $\frac{1}{3}$. Si on la compare aux hauteurs de pression, observées pour les différents points, on verra que, vers le centre, la hauteur de pression est les $\frac{4}{3}$ de celle qui est due à la vîtesse, et elle est moindre que cette derniere vers les bords. Elle eût encore été

plus petite aux extrémités même de la surface, s'il y eût eu des trous percés; de sorte que la hauteur de pression moyenne pour tous les trous ouverts, excédant un peu la hauteur due à la vîtesse moyenne du courant, celle qui répondrait à toute la surface plongée serait un peu moindre, surtout pour la 207e expérience, dans laquelle le corps n'était pas entièrement plongé; car il paraît que dans la 208e, toutes les pressions sont un peu plus fortes, sur-tout vers les bords, ce qui peut venir de ce que la surface y était entièrement plongée; et, quoiqu'il s'y formât un remou supérieur, il était bien moindre que dans la précédente.

445. Le remou qui se forme devant la face verticale d'un corps flottant n'est pas composé d'une eau stagnante, mais de molécules qui tendent à s'échapper à la superficie du courant, comme elles font dans tous les autres sens. L'obstacle invincible qu'elles rencontrent les oblige de se détourner en glissant le long de la surface, pour s'échapper par les bords : c'est ce qu'indique la pente de 10 lignes qu'on a observée dans la 207e expérience, entre la hauteur du remou central et celle du remou latéral; et la surface du remou formait, contre le plan de la boîte, une courbe approchante d'un arc de cercle. Ces molécules, qui fuient où elles peuvent, c'est-à-dire vers les côtés du plan choqué, sont incessamment remplacées par le fluide affluent; et le remou, constamment formé, éleve la superficie du fluide, jusqu'à une certaine distance, en amont de la

surface du corps résistant. La section ainsi augmentée empêche la vîtesse du fluide d'augmenter autant qu'elle ferait, si le corps y était tout-à-fait plongé; et il n'est pas étonnant qu'une surface flottante nous donne, pour la pression antérieure, à-peu-près le même résultat que nous avons trouvé pour une veine isolée. Mais quand cette surface est entièrement plongée, le remou diminue, parce que l'eau a la liberté de s'échapper de toutes parts, même à la superficie du courant; et la vîtesse du fluide pouvant augmenter dans tout le pourtour de la surface choquée, la pression qui en dépend augmente aussi. Il s'ensuivrait de là qu'à même vîtesse, la pression antérieure contre une surface flottante serait un peu moindre que contre une surface entièrement plongée; ce qui est très-vraisemblable, en attendant que l'expérience nous en convainque, comme on le verra tout-à-l'heure. Mais il n'en faut pas conclure que la résistance totale à la superficie d'un courant soit moindre qu'à une certaine profondeur. Nous verrons qu'en examinant en détail tous les effets qui ont lieu dans le choc, il en a qui vont en sens contraire, et qui peuvent plus que compenser les précédents. Nous remarquerons en attendant que l'eau s'abaisse derriere le corps, dans les experiences précédentes, d'une quantité qui excede de beaucoup la hauteur due à la vîtesse.

446. La partie de la surface opposée au remou n'est pas exempte de pression, quoique son effort soit diminué par le mouvement assez rapide des

molécules qui coulent vers les côtés. Notre boîte n'était pas propre à observer cette pression : car, si les trous d'en haut eussent été ouverts, comme ils étaient trop élevés, l'eau à laquelle ils auraient donné passage serait tombée dans l'intérieur de la boîte qu'elle aurait remplie ; et le niveau de cette eau se serait nécessairement fixé à une moyenne entre les hauteurs du remou, vis-à-vis le trou du milieu et les deux trous collatéraux ; ensorte qu'il se serait établi un courant dans la capacité de la boîte, dans laquelle l'eau serait entrée par le trou du milieu, et serait sortie par les deux autres. Dans cet état, si nous avions observé cette hauteur elle n'eût pas été relative à la pression moyenne ; celle-ci au contraire, en y comprenant le remou, doit être encore moindre que la hauteur due à la vîtesse : mais elle serait relative à une totalité de surface plus grande que celle qui est censée choquée. Ainsi, en réduisant la totalité des différentes pressions à cette derniere surface, on peut conclure qu'elle est mesurée à-peu-près par la hauteur due à la vîtesse, sauf les variations relatives à la figure de la surface, c'est-à-dire au rapport de sa largeur à sa hauteur.

En effet le remou qui se forme en avant d'une figure choquée oblige l'eau de couler le long de cette surface pour s'échapper par ses bords. Ainsi, en supposant même vîtesse et même hauteur de flottaison, plus la surface sera large, plus il y aura à proportion de fluide arrêté à la sur-

face, qui formera remou et sera obligé de se détourner pour s'écouler par les bords collatéraux : la résistance antérieure croîtra donc en plus grande raison que les surfaces. Quand, au contraire, la vîtesse et la largeur restant constantes, la hauteur de la flottaison augmentera, moins il y aura à proportion de fluide arrêté par le remou; et la résistance croîtra en moindre raison que les surfaces. Ainsi le remou s'éleve à mesure que la surface s'élargit, et il s'abaisse lorsqu'elle se plonge davantage. C'est une suite nécessaire de la plus ou moins grande facilité que le fluide a pour s'échapper; et cela est d'ailleurs assez prouvé par les expériences faites à l'École Militaire.

447. Quoique les deux expériences que je viens de rapporter jettent déja quelque jour sur la maniere dont on doit considérer la pression antérieure qu'éprouve un corps immobile flottant sur un courant, nous avons remarqué des défauts dans la maniere dont elles étaient faites, et dans la forme de l'instrument. 1° Les résultats étaient trop compliqués à la surface du fluide; et il aurait fallu faire varier l'étendue des surfaces, la figure à même étendue, et l'intensité des vîtesses. 2° La surface antérieure des deux boîtes n'était pas percée d'un assez grand nombre de trous pour en pouvoir conclure la pression moyenne sur toute son étendue; et la grandeur des trous occasionnait des oscillations intérieures, qui dépendaient trop des variations qu'éprouvait la colonne qui choquait la surface. On peut ajouter à cela,

que le courant produit dans le canal, étant trop peu distant des vannes par lesquelles nous tirions l'eau de la riviere de la Haine, il n'était pas assez uniforme, ni assez réglé pour produire une pression de choc constante.

Ces considérations nous ont déterminé à répéter des expériences semblables, dans un courant convenable avec des instruments plus parfaits, et en abandonnant les corps flottants, sur lesquels on a déja un grand nombre d'expériences, pour nous attacher plus particulièrement aux corps entièrement plongés.

CHAPITRE III.

Suite du même sujet.

448. Le même canal qui avait servi aux expériences du chapitre précédent avait assez de longueur pour être pris à une plus grande distance de son origine, et y être par conséquent mieux réglé. Au lieu où nous nous fixâmes, son lit avait 13 pieds de largeur réduite, sur 3 pieds 9 pouces de profondeur; de maniere qu'en y plongeant des corps dont le plan antérieur n'avait qu'un pied quarré, ils se trouvaient, quant au choc, comme dans un fluide indéfini, ainsi qu'on peut s'en assurer, en comparant les expériences faites à l'Ecole Militaire, sur la résistance des corps dans un fluide indéfini ou dans des canaux étroits. Nous

n'avions pas, à la vérité, la liberté de faire beaucoup varier les vîtesses, en conservant une grande section au canal, pour vérifier si les pressions suivent le rapport du quarré des vîtesses: mais ce fait est assez prouvé par les expériences de M. le chevalier de Borda, dans le cas où les corps sont entièrement plongés. Les vîtesses que nous avons pu nous procurer étaient toujours d'environ 3 pieds par seconde: nous les mesurions au moyen du moulinet décrit ci-dessus. Nous avons reconnu, en comparant ses résultats avec la vîtesse mesurée immédiatement à la surface par de petits corps flottants, qu'il ne prenait pas entièrement la vîtesse du fluide; mais nous avons tenu compte de cette différence, ainsi que du rapport de la vîtesse à la surface et à la profondeur à laquelle le corps était plongé, que nous avons déterminé avec un tube recourbé. Ainsi nous avons pu, dans tous les cas, déduire la vîtesse exacte et moyenne de la colonne choquante, du nombre de tours que faisait le moulinet, dont les ailes étaient toujours plongées de la même quantité.

Pour simplifier les résultats de nos expériences, nous avons réduit toutes les pressions à ce qu'elles devaient être pour une vîtesse de 36 pouces juste, en les multipliant par le rapport du quarré de la vîtesse réelle au quarré de 36 pouces.

Nous avons reconnu d'ailleurs que les mêmes expériences, répétées avec des vîtesses un peu différentes, ont donné les mêmes résultats lorsqu'elles étaient réduites à celle de 36 pouces:

ainsi elles méritent la même confiance que si toutes avaient été faites réellement avec cette vîtesse.

Préparation aux expériences.

449. Les expériences faites à l'Ecole militaire et à Paris, donnant lieu de croire que la résistance diminue à mesure que les corps s'allongent, nous ne pouvions mieux reconnaître la marche de ces variations, qu'en nous servant d'un instrument qui présentât d'abord une surface très-mince, et qui fût propre à être adapté à des prismes de différentes longueurs.

Fig. 40. Il consistait en une boîte de fer-blanc, qui avait 1 pied quarré de surface, et près de 4 lignes d'épaisseur; elle était fermée de tous côtés, excepté l'embouchure d'un tuyau d'étain qui était soudé à son sommet, et perpendiculairement à son plan, et qui était retourné d'équerre pour former une tige verticale ouverte par le haut. Le diametre de ce tuyau était de 16 lignes, et il pouvait recevoir dans sa capacité un flotteur creux, composé d'un cylindre d'argent d'un pouce de diametre sur deux et demi de longueur, qui portait une tige faite d'un brin de paille, dont la longueur était 2 pieds y compris la hauteur dont le cylindre surpassait le niveau de l'eau, quand il flottait librement dessus.

Derriere la boîte, à côté du tuyau d'étain, était soudée une douille rectangulaire en fer-blanc, qui

avait 2 pouces d'un sens, et 1 de l'autre, sur toute la hauteur de la boîte; cette douille était destinée à recevoir une barre de fer de 10 pieds de longueur, sur 10 et 22 lignes de grosseur, taillée par devant en forme de tranchant, pour diviser facilement le courant de l'eau, et occasionner le moins de remou possible. L'extrémité inférieure de cette barre s'enfonçait dans la vase qui faisait le fond du canal; et son sommet était appuyé contre une traverse fixe, attachée au plancher d'une barraque construite sur trois forts longerons qui traversaient le canal.

La boîte avec sa douille étant mobile le long de la barre de fer, on pouvait la fixer à telle hauteur qu'on voulait, relativement au niveau de l'eau du canal; et nous observions de faire en sorte que le centre du pied quarré, que la boîte présentait au courant, fût toujours plongé de 15 pouces au-dessous du niveau supérieur de l'eau, tellement qu'il passait 9 pouces de hauteur d'eau courante au-dessus de son sommet, et qu'il restait 2 pieds de profondeur d'eau sous sa partie inférieure.

Nous ne fimes d'abord que 5 trous sur le devant de la boîte: le premier était placé au milieu; le second, au point qui partageait en deux également la ligne horizontale, tirée de ce milieu au bord; le troisieme, dans la même ligne, et à 10 lignes de distance du bord; le quatrieme, tout contre le bord; et le cinquieme, dans l'angle du quarré, vers le bas: ils avaient chacun environ une ligne

de diametre. L'eau pressée par le courant devait entrer par un seul ou par plusieurs de ces trous, remplir la boîte, et s'élever dans le tuyau d'étain à une hauteur convenable à la pression.

450. Pour connaître exactement les hauteurs dont l'eau s'élevait dans le tuyau vertical, au-dessus ou au-dessous du niveau général et primitif du fluide en mouvement, on prenait en même temps la hauteur qui se trouvait depuis une longue regle assujétie de niveau, jusqu'à la surface du courant, prise à un point distant de 4 pieds du lieu où était plongée la boîte; et la hauteur dont la tige du flotteur s'élevait au-dessus de cette regle. En retranchant 2 pieds de la somme ou de la différence de ces deux hauteurs, on avait les ascensions ou les abaissements de l'eau dans le tuyau, par rapport au niveau moyen de l'eau.

CCIX[e] EXPÉRIENCE.

	lig.
Le trou du milieu de la boîte étant ouvert, les 4 autres fermés : la hauteur correspondante à la pression contre ce trou a été........................	32,8
Le trou à côté du centre étant seul ouvert : hauteur répondante à la pression contre ce trou........................	27,8
Le trou placé à 10 lignes du bord, étant seul ouvert : hauteur répondante à la pression contre ce trou...............	20,8
Le trou placé au bord de la surface, étant	

seul ouvert, il s'est trouvé une non-pression, ou un abaissement de....... lig. −5,5

Le trou placé à l'angle inférieur, étant seul ouvert : il s'est trouvé une non-pression, ou un abaissement de............... −8,6.

Les 5 trous étant ouvets : hauteur de la pression moyenne contre ces cinq trous. 17,0

CCX^e EXPÉRIENCE.

451. Ici, on avait adapté la boîte de l'expérience précédente à une des faces d'un cube de 12 pouces de côté, après en avoir retranché l'épaisseur de la boîte, pour que l'ensembla formât un cube parfait

Le trou du milieu de la boîte étant ouvert, les autres fermés : la hauteur répondante à la pression contre ce trou, a été..... lig. 32,3

Le trou à côté du centre, étant seul ouvert: hauteur répondante à la pression contre ce trou.............................. 30,2

Le trou placé à 10 lignes du bord, étant seul ouvert : hauteur répondante à la pression contre ce trou.............. 17,8

Le trou au bord de la surface, étant seul ouvert : il s'est trouvé une non-pression, ou un abaissement de............... −12,1

Tous les trous étant à-la-fois ouverts: hauteur de la pression moyenne contre les 5 trous.............................. 14,3

CCXI^e EXPÉRIENCE.

On avait adapté la boîte au bout d'un parallelipipede de 3 pieds de longueur.

Les 5 trous étant ouverts : la hauteur de la pression moyenne contre les 5 trous, s'est trouvée de.......................... 16,0

452. On remarque d'abord, dans ces expériences, un effet bien singulier, et que nous ne pouvions pas prévoir ; c'est que la pression qui diminue du centre de la surface vers les bords, devient nulle à une certaine distance, et ensuite négative au bord même. Ce résultat, dont nous nous sommes assuré par plusieurs vérifications, paraît d'abord contraire à l'équilibre des fluides ; mais en l'examinant avec attention, il est une conséquence nécessaire du principe que nous avons remarqué ci-devant (§. 439). En effet la pression réelle, occasionnée par le choc contre un point quelconque de la surface, n'est autre chose que la différence entre la pression qui aurait lieu également sur tous les points, si le fluide pouvait choquer immédiatement le corps, et la hauteur due à la vîtesse variable que l'eau prend le long de la surface choquée. Or celle-ci peut l'emporter sur la premiere, sur-tout au bord de la surface : car la vîtesse du fluide, dans le sens de cette surface, peut être plus grande à ce point que la vîtesse de percussion ; et, si cela est, le bord est moins pressé, que si le fluide était im-

mobile : d'où il résulte que l'eau doit se tenir dans le tuyau au-dessous du niveau ordinaire, quand elle ne communique au fluide extérieur que par les bords de la surface. Ainsi le fluide exerce sur la surface choquée, des pressions variables et directement opposées ; mais la résultante est toujours positive, parce que la pression l'est aussi sur la plus grande partie de la surface, et que cette résultante exprime la pression moyenne sur la surface entiere.

453. Si l'ordre du discours et la suite des expériences le permettaient, ce serait ici la place de faire remarquer combien cette loi de la résistance des fluides est féconde, de combien de phénomenes elle donne la clé, et combien d'applications utiles elle peut avoir dans les arts et dans la physique. En lui donnant plus d'étendue que nous n'avons fait, (252) (439), et la généralisant davantage, on peut l'énoncer ainsi : *Si, par une cause quelconque, une colonne fluide comprise dans un fluide indéfini, ou contenue dans des parois solides, vient à se mouvoir avec une vitesse donnée, la pression qu'elle exerçait latéralement avant son mouvement contre le fluide ambiant, ou contre la paroi solide, sera diminuée de toute celle qui est due à la vitesse avec laquelle elle se meut.* Nous pourrons revenir, dans une autre occasion, aux applications de cette loi. Retournons à nos expériences.

454. La hauteur due à la vitesse de 36 pouces par seconde, étant de 21,5 lig., on voit que *la hau-*

teur de pression contre le centre d'une surface plane, choquée directement, est égale à une fois et demie celle qui est due à la vitesse du fluide; et ceci doit être général, quelle que soit la grandeur de la surface.

La pression sur chacun des points de la surface ne paraît pas varier par la longueur du corps, quoiqu'on remarque des différences assez considérables sur la pression négative vers les bord. Mais il était assez difficile d'en observer exactement l'intensité. La moindre obliquité dans le plan vers le bord, ou la maniere de poser la boîte sur différents corps, pouvait occasionner des différences très-sensibles; mais elles disparaissent en comparant les pressions moyennes sur les cinq trous. Ainsi, en tenant compte des erreurs inévitables dans ces sortes d'expériences, on peut affirmer que la longueur des corps n'influe point sur la pression antérieure.

455. Les cinq trous percés sur l'instrument n'étaient pas disposés de maniere à indiquer la pression moyenne du fluide contre la totalité de la surface, parce qu'il y en avait trop à proportion vers les bords. Pour la connaître plus exactement, on fit boucher les trous précédents, et on en perça 625 dans la même surface, en les espaçant symétriquement à raison de 25 par côté. Ils étaient tellement disposés, que ceux qui etaient le plus près des bords, en étaient cependant distants de 3 lignes. On fit aussi une seconde boîte, percée de quatre-vingt-un trous, à raison de neuf

par côté ; il y avait également 3 lignes d'intervalle entre ces trous et les quatre faces du quarré. Le plan antérieur de l'instrument avait 57 lignes de côté, et son épaisseur était d'environ 4 lignes.

CCXII[e] EXPÉRIENCE.

On a exposé au courant la boîte d'un pied quarré, percée de 625 trous qui étaient tous ouverts : la vîtesse du courant contre le centre était de 36 pouces par seconde :

Hauteur de la pression moyenne contre tous les trous.......................... lig. 28,3

On a ensuite exposé au même courant la face d'un pied cube dont la boîte faisait le plan antérieur :

Hauteur de la pression moyenne contre tous les trous.......................... lig. 29,2

On a aussi exposé au même courant un parallélipipede de 3 pieds de longueur, dont la même boîte faisait la face antérieure :

Hauteur de la pression moyenne contre tous les trous.......................... lig. 28,4

CCXIII[e] EXPÉRIENCE.

On a exposé au même courant la petite boîte simple percée de 81 trous, qui étaient tous ouverts :

Hauteur de la pression moyenne contre tous les trous.......................... lig. 30,8

CCXIV^e EXPÉRIENCE.

On a exposé au même courant un entonnoir recourbé d'environ 3 pouces de base, et le tube montant de 16 lignes de diametre, avec un diaphragme d'environ 3 lignes au sommet du cône de l'entonnoir :

	lig.
Hauteur de la pression moyenne contre la base de l'entonnoir..................	34,4
Le même entonnoir sans diaphragme a donné..............................	30,1

Réflexions sur ces expériences.

456. Les expériences 212 et 213 prouvent que la pression antérieure n'est pas variable par la longueur du corps. La petite boîte a donné un peu plus de pression que la grande, parce qu'il y avait à proportion moins de trous percés vers les bords : ce qui nous marque que la hauteur de pression indiquée par l'une et l'autre excede la vraie pression moyenne qui répond à toute la surface. On le sent bien d'ailleurs, quand on observe qu'il n'y avait point dans l'une ni dans l'autre de trous percés dans la marge environnante, où la pression négative a lieu : car les trous ouverts dans cette marge auraient fait baisser l'eau dans le tube vertical. L'entonnoir recourbé, dont les parois étaient très-minces, donnait passage à l'eau sur toute sa surface antérieure; en sorte que la hauteur de pression qu'il

indique semblerait devoir être considérée comme la moyenne ou la résultante de toutes les autres : c'est néanmoins ce qui n'arrive pas. Quand il est garni d'un diaphragme, il donne lieu à un pression au moins aussi grande que celle que nous avons observée au centre de la surface d'un corps solide; et, quand il ne l'est pas, il donne lieu à une pression plus grande que la moyenne d'une surface solide. Nous aurons encore occasion de remarquer une semblable irrégularité dans un tube recourbé qui présentait à l'eau un orifice cylindrique, d'où l'on peut conclure que la pression est plus forte sur une masse d'eau que sur la surface d'un corps solide; soit que la déviation ne se fasse pas de la même maniere; ou plutôt que, le mouvement se communiquant dans l'intérieur de la masse d'eau, la vîtesse du fluide qui s'échappe parallèlement au plan de l'orifice de l'entonnoir ou du tube soit diminuée, et laisse plus d'énergie à la pression du fluide. Ce serait ici le lieu de parler de l'entonnoir de M. Pitot; mais nous renvoyons son examen ailleurs, pour continuer celui de la pression contre une surface solide.

457. Quoique celle que nous avons employée fût percée d'un grand nombre de trous, ils étaient assez petits pour que leur somme ne fît pas la cinquantieme partie de son étendue totale. Ainsi nous n'avions pas à craindre l'inconvénient d'une surface entièrement ouverte, et la pression avait lieu comme sur un corps solide : mais il eût été

bien difficile de placer des trous vers les bords, de manière à ce que l'ensemble donnât la pression moyenne sur toute la surface; et nous avons pris le parti de laisser une marge de 3 lignes de largeur autour de la surface de chaque boîte. En comparant leurs résultats, on trouve néanmoins le moyen d'estimer avec assez de précision la hauteur due à la pression moyenne. Pour cela, ayant construit sur le côté de la surface, pris pour abscisse, une courbe dont les ordonnées représentent les pressions d'après l'expérience 209e, on trouve que le point où la courbe coupe la ligne des abscisses, et où par conséquent la pression est nulle, est à environ 2 lignes du bord pour le pied quarré; de sorte que l'espace de 3 lignes autour de la surface, qui en est la douzieme partie, éprouvait des pressions positives et négatives dont la résultante doit certainement être estimée négative. Si elle était nulle, il ne s'agirait que de retrancher $\frac{1}{12}$ de la hauteur de pression; ce qui réduirait les $28^{\text{lig.}},4$ à 26. Mais, puisque la résultante est négative, on peut diminuer encore un peu la hauteur de la pression moyenne, et la réduire à $25^{\text{lig.}},5$. Quant à la petite boîte, la marge de 3 lignes de largeur en faisait la sixieme partie; et, comme le point où la pression était nulle se trouvait à moins de 2 lignes du bord, il est probable que la résultante des pressions positives et négatives sur cette largeur était à peu-près nulle : ainsi il faut retrancher $\frac{1}{6}$ de $30^{\text{lig.}},8$; ce

qui réduit la pression moyenne à $\overset{\text{lig.}}{25,6}$. Et enfin, en supposant sur la marge une faible résultante négative, on a encore le même résultat de $\overset{\text{lig.}}{25,5}$. On verra, par d'autres vérifications, que cette quantité est assez exactement déterminée.

458. Nous pouvons donc conclure que, pour une vîtesse de 36 pouces due à une hauteur de $\overset{\text{lig.}}{21}\,\frac{1}{2}$, la hauteur de pression moyenne contre une surface plane et directe est égale à $\overset{\text{lig.}}{25}\,\frac{1}{2}$. Comme ces pressions sont proportionnelles aux quarrés des vîtesses, si on nomme h et H les hauteurs dues à la vîtesse et à la pression, m le rapport entre ces deux quantités, on aura en général $H = mh$. La quantité m est variable, suivant les différents corps; mais, ne la déterminant ici que pour la surface antérieure et plane d'un corps prismatique, présentée directement à un courant d'eau dans lequel il est entièrement plongé, on a dans ce cas $m = \frac{25,5}{21,5} = 1,186$.

CHAPITRE IV.

Mesure de la non-pression qu'éprouve la surface plane et postérieure d'un corps immobile, plongé dans un fluide indéfini qui se meut.

459. SUPPOSONS un corps prismatique, terminé par deux faces opposées et égales, et plongé

horizontalemant dans un fluide : l'effort nécessaire pour le retenir immobile dans le sens de son axe est égal à la différence entre les pressions réelles qui ont lieu à l'avant et à l'arriere du corps. Ces pressions sont composées de la pression morte, qui agit dans tous les sens sur le corps, à proportion de son enfoncement, et de la pression vive causée par le choc. Si le fluide est en repos, la différence des pressions est nulle, et la pression morte antérieure fait équilibre à celle du derriere; mais, dès que le fluide se meut dans la direction de l'axe, la pression qui provient du choc dont nous venons de déterminer l'intensité, s'ajoute à la pression morte du devant, et leur somme forme la pression réelle en avant. Quant à la pression postérieure reste-t-elle constante, ou est-elle diminuée par la même cause? C'est ce que nous allons examiner dans ce chapitre.

Il est constant que, jusqu'à de certaines limites, la longueur d'un corps diminue sa résistance; et il est prouvé, par les expériences précédentes, que cet élément n'influe pas sur la pression antérieure : il faut donc que la surface postérieure se ressente de la résistance, et d'autant moins, que le corps est plus long.

460. Si, derriere un corps choqué, le fluide était parfaitement en repos, la pression morte s'y exercerait en entier; en détruisant celle du devant; et il ne resterait pour l'effet du choc que la pression vive antérieure, représentée par

mh. Si on suppose, au contraire, que le fluide se meuve par derriere avec la même vîtesse que si le corps n'existait pas, la pression morte sur la face postérieure sera diminuée de toute la hauteur due à la vîtesse; ce qui produit un défaut de pression qui doit s'ajouter à la pression vive antérieure : ainsi l'effort total du choc serait alors exprimée par $mh+h$; telles sont les limites des suppositions qu'on peut faire à cet égard. Pour peu qu'on y réfléchisse, on verra que ni l'une ni l'autre ne sont exactes, et que la nature se tient entre ces deux extrèmes. En effet, derriere un corps choqué, l'eau ne peut être stagnante, ni se mouvoir aussi vîte qu'en l'absence du corps. La détermination de ce mouvement postérieur est un élément très-important et très-variable dans le choc des fluides, et c'est celui dont on s'est le moins occupé jusqu'à-présent. Avant d'examiner physiquement ses effets, nous allons y familiariser nos lecteurs par les expériences qui en démontrent l'existence et la variété.

CCXV^e EXPÉRIENCE.

A la paroi verticale du vaisseau cylindrique Fig. 41. de l'expérience 205e, on ajouta deux tuyaux additionnels d'un pouce de longueur, et dont le diametre était de 5 lignes à la base, et 4 seulement à l'extrémité. Le centre du premier tuyau était placé 4 pouces 9 lignes plus bas que le sommet du vaisseau, et le second était 6 pouces

1 ligne au-dessous du même sommet. On prit ensuite un tuyau de verre dont le diametre intérieur était d'une ligne et demie, et l'extérieur d'environ deux lignes et demie. On le recourba de maniere qu'il formait un syphon dont les branches inégales étaient jointes par un arrondissement demi-circulaire. La branche la plus courte avait 4 pouces de hauteur verticale, et la plus longue avait 9 pouces 5 lignes de hauteur aussi verticale, y compris un crochet de 9 lignes de longueur horizontale, le tuyau étant retourné d'équerre à son extrémité inférieure. On plaça ce syphon dans le vase cylindrique, de maniere que le crochet de sa longue branche se trouvait dans l'axe du premier tuyau additionnel, tandis que cette branche était parallele et contiguë à la paroi intérieure du vaisseau au-dessus duquel elle s'élevait; mais la branche la plus courte redescendait un peu au-dessous du niveau du bord de ce vaisseau. On boucha ensuite l'extrémité du tuyau additionnel qui contenait le crochet du syphon et les deux autres tuyaux additionnels, et on remplit le vase d'eau; elle monta dans la longue branche du syphon jusqu'au niveau du sommet du vase, et elle baignait un peu le bout inférieur de la petite branche du syphon, le haut restant plein d'air : alors, versant constamment de l'eau dans le vaisseau pour l'entretenir plein, on déboucha le premier tuyau additionnel dans lequel était baigné le crochet du syphon. L'eau descendit dans la longue branche du syphon

d'une hauteur de 2 pouces 8 lignes, et elle monta d'autant dans l'autre branche.

CCXVI^e EXPÉRIENCE.

On plaça ensuite le crochet du syphon dans le deuxieme tuyau additionnel, qui était, comme je l'ai dit, 6 pouces 1 ligne plus bas que le bord supérieur du vase : on remplit le vase d'eau, en faisant en sorte que les deux branches montantes du syphon fussent pleines d'eau jusqu'au niveau du même bord supérieur : alors on déboucha le tuyau additionnel, et l'eau s'abaissa de 3 pouces 5 lignes dans la branche descendante, en montant dans l'autre de la même quantité.

461. La couronne comprise entre le bout recourbé du tube de verre, et la paroi du tuyau additionnel étant la partie la plus rétrécie de l'orifice, l'eau y passait avec une vîtesse due à la hauteur du réservoir diminuée par la contraction. Or, si la colonne, qui était immédiatement en avant du tube recourbé eût eu la même vîtesse, ce tube se serait vidé d'une hauteur égale à cette charge. Si au contraire cette colonne eût été stagnante, l'eau serait restée dans le tube à la hauteur du réservoir. Mais, dans les deux expériences, l'eau descendit d'une hauteur égale à 0,56 fois celle du réservoir : ainsi, on a par-là la mesure du défaut de pression, ou de la non-pression que le mouvement occasionnait sur l'orifice inférieur du tube recourbé.

Cet effet se rapporte naturellement au mouvement que l'eau prend derriere un corps choqué. Nous avons examiné ce mouvement d'une maniere immédiate par les expériences suivantes, qui furent faites avec le même appareil que celles du chapitre précédent. Le tube vertical, adapté à la boîte de fer-blanc en était assez éloigné pour qu'en retournant l'instrument la surface fût dans le même cas que si elle eût été isolée; et, quand l'instrument était adapté au pied cube et au prisme de 3 pieds de longueur, on a de même retourné le tout dans le fluide pour connaître la non-pression derriere les corps longs. Voici les résultats que nous avons obtenus, tant pour la surface percée de 5 trous seulement, que pour celle qui en avait 625.

CCXVII^e EXPÉRIENCE.

462. On a exposé au courant la boîte de fer-blanc, d'un pied quarré de surface, qui avait servi à l'expérience 209e, en la retournant de maniere que les 5 trous étaient tournés du côté d'aval.

Le trou du milieu de la boîte étant seul ouvert, les quatre autres fermés : hauteur répondante à la non-pression (1) contre ce trou........................	lig. 12,7

(1) Nous entendons, par cette expression, l'abaissement du fluide au-dessous de son niveau naturel, ou la diminution de la pression morte qui aurait lieu si le fluide était en repos.

Le trou à côté du centre étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou .... lig. 12,0

Le trou placé à 10 lignes du bord étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou 14,9

Le trou placé au bord de la surface étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou 15,7

Le trou placé à l'angle inférieur étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou 15,3

Les cinq trous étant ouverts : hauteur répondante à la non-pression moyenne des cinq trous 15,0

CCXVIII^e EXPÉRIENCE.

La boîte percée de 5 trous était adaptée au cube, et tournée du côté d'aval.

Le trou du milieu de la boîte était seul ouvert, tous les autres fermés : hauteur de la non-pression contre ce trou...... lig. 7,2

Le trou à côté du centre étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou 7,1

Le trou placé à 10 lignes du bord étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou 8,0

Le trou au bord de la surface étant seul

ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou............ lig. 6,0

Les cinq trous étant ouverts : hauteur répondante à la non-pression moyenne des cinq trous........................ 6,9

CCXIXe EXPÉRIENCE.

La boîte percée de 5 trous était adaptée au prisme de 3 pieds de longueur.

Le trou du milieu étant seul ouvert, tous les autres fermés : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou...... lig. 1,5

Le trou placé à 10 lignes du bord étant seul ouvert : hauteur répondante à la non-pression contre ce trou............ 3,2

Les 5 trous étant ouverts : hauteur répondante à la non-pression moyenne des 5 trous........................... 1,12

CCXXe EXPÉRIENCE.

On a exposé au courant la boîte d'un pied quarré, percée de 625 trous qui étaient tous ouverts :

Hauteur répondante à la non-pression moyenne contre tous les trous........ lig. 13,1

On a ensuite exposé au même courant la face d'un pied cube dont la boîte faisait le plan postérieur :

Hauteur répondante à la non-pression moyenne contre tous les trous....... lig. 5,3

On a aussi exposé au même courant la face d'un prisme de 3 pieds de longueur dont la boîte faisait la face postérieure :

Hauteur répondante à la moindre pression moyenne contre tous les trous........ lig 3,0

CCXXI[e] EXPÉRIENCE.

On a exposé au même courant la petite boîte simple, percée de 81 trous qui étaient tous ouverts, faisant face à l'aval :

Hauteur répondante à la non-pression moyenne contre tous les trous....... lig 12,2

CCXXII[e] EXPÉRIENCE.

On a exposé de même, à l'effet de la non-pression, l'entonnoir de l'expérience 214[e], avec et sans diaphragme :

Hauteur répondante à la non-pression de l'entonnoir, avec diaphragme........ lig. 10,4

Hauteur répondante à la non-pression de l'entonnoir, sans diaphragme......... 7,8

Observations et réflexions sur ces expériences.

463. Il résulte de ces expériences, 1° que la non-pression diminue considérablement par l'allongement du corps ; 2° qu'elle diminue un peu de la circonférence du corps à son centre, quoique la 218[e] expérience indique en cela une marche

très-irréguliere, et même contraire. Mais cet effet peut avoir été produit par une faible déviation au trou du bord : ce qui met en évidence la diminution de la non-pression vers le centre, est que les cinq trous ouverts donnent plus de non-pression que les 625, parce qu'ils répondaient plus à proportion à la circonférence qu'au centre; et au contraire, la petite boîte qui avait moins de trous au bord, à proportion que la grande, donne moins de non-pression. 3° Sans cette derniere différence la hauteur de la non-pression moyenne serait la même pour la petite surface (expérience 221[e]), que pour la grande (expérience 220[e]): ce qui indique que les non-pressions sont proportionnelles à l'étendue des surfaces entièrement plongées.

La non-pression de l'entonnoir, même avec diaphragme, est moindre que celle de la surface mince, parce que sa figure se rapporte à celle d'un corps d'une certaine longueur.

464. Il semble d'abord qu'aucune force directe n'oblige l'eau à se mouvoir derriere un corps choqué, et qu'elle y devrait rester stagnante; mais il n'est pas de la nature des fluides qu'une masse d'eau, quoique garantie d'une impulsion directe, reste immobile; tandis qu'elle est entourée par des filets qui se meuvent suivant des directions convergentes. Nous avons vu que la vîtesse des filets qui entourent la surface antérieure d'un corps plongé est considérablement augmentée. Le fluide échappé de devant sa surface prend des directions divergentes, en s'éloignant de l'axe du

corps ; mais il est réprimé par la réaction du fluide ambiant, qui résiste au changement de sa direction, et repousse vers le corps le fluide échappé. Si le corps est court, les filets, d'abord divergents, redeviennent bientôt paralleles, et ensuite convergents, pour repasser derriere le corps aussitôt qu'il finit ; et ils sont alors d'autant plus convergents, que le corps s'est trouvé plus court ; ou bien ils ne se rencontrent qu'à une plus grande distance derriere le corps, s'il est long. La raison en est que tandis que le corps est présent, les filets, rendus divergents par la partie antérieure du corps, agissent sur le fluide ambiant, lui impriment un mouvement propagé latéralement, et perdent eux-mêmes une grande partie de l'excès de vîtesse qu'ils avaient : mais s'il leur est libre de se jeter promptement derriere le corps, ils le font avec encore beaucoup de vîtesse, et sous des directions fort convergentes, en cédant à la pression du fluide ambiant, qui a encore presque toute son énergie.

Si la vîtesse générale du fluide est très-considérable sur-tout à de grandes profondeurs, les filets convergents derriere le corps se réunissent en laissant une pyramide vide derriere le corps : car s'il y restait de l'eau, on voit que, par le principe précédent (453), la pression latérale des parois fluides de cette pyramide creuse étant très-diminuée ou même négative, il faut que le fluide stagnant, qui exerce toute la sienne, s'écoule et se dissipe en se mêlant avec le fluide ambiant, et

il ne pourra être remplacé par aucune autre partie du même fluide. Mais si la vîtesse est moins grande, le vide ne se formera pas; la pyramide précédente sera composée d'un fluide incessamment fourni par sa surface, et dépensé par le pourtour de sa base; en sorte que l'eau de la poupe fluide aura un mouvement du centre à la circonférence de la surface postérieure du corps, dont l'effet sera de rendre la non-pression plus grande vers les bords, et un peu moindre vers le centre.

465. D'après cet exposé du mouvement de l'eau derriere une surface mince ou un corps, on peut se rendre raison de tous les effets de la non-pression. Le fluide, en convergeant derriere le corps vers son axe prolongé, se mêle nécessairement avec la poupe fluide qu'il nourrit et qu'il entretient, en lui communiquant un mouvement plus ou moins rapide de tournoiement et de translation, qui tient le milieu entre le repos et la vîtesse générale du fluide ambiant. A mesure que le corps s'allonge, les filets latéraux s'étendent à travers le fluide ambiant, y perdent peu-à-peu leur excès de vîtesse; et, quand ils viennent à passer contre l'angle de la face postérieure du corps, ils n'ont plus assez de vîtesse pour entraîner ceux de la base de la poupe fluide, avec la violence nécessaire pour renouveler cette poupe en peu de temps, et donner lieu à une grande non-pression, soit par la translation réelle du fluide qui la forme, soit par la moindre pression

qu'exerce ce fluide en se portant du milieu de la surface vers ses bords. Ainsi la non-pression diminue à mesure que le corps et la poupe fluide acquierent plus de longueur; et il arrive enfin que, quand l'allongement devient très-grand, les filets latéraux n'ont pas plus de vitesse que le fluide ambiant; et ils ne se rejoignent qu'à une distance assez considérable pour ne pas entraîner sensiblement la poupe fluide : alors la non-pression devient à-peu-près nulle.

466. Le mouvement des molécules le long du plan postérieur augmente un peu la non-pression; et cet effet est plus grand vers la circonférence. Si on compare les 217e et 218e expériences avec les résultats correspondants de l'expérience 220e, on verra que, par la disposition des trous, les premieres donnent une non-pression plus forte que celle qui convient à toute la surface, et que l'expérience 220e la donne au contraire un peu trop faible, à cause de la marge qui restait sans trous. En combinant ces deux extrêmes, nous avons vu que pour avoir la vraie non-pression moyenne, il fallait augmenter d'un dixieme celles que présente l'expérience 220e, et que cette correction répond exactement à celle que nous avons faite en raison inverse à la pression antérieure de la même surface. Ainsi avec une vitesse de 36 pouces par seconde, dont la hauteur due est de 21,5 lig., les hauteurs dues aux non-pressions moyennes sont de 14,41 lig. pour une sur-

face plane très-mince, de 5,83 lig. pour celle d'un pied cube, et 3,3 lig. pour celle d'un prisme dont la longueur est triple du côté de sa base quarrée. Nommant q le rapport variable de ces hauteurs à celle qui est due à la vîtesse, de maniere que qh exprime dans les trois cas les hauteurs de non-pression, on aura pour la surface mince $q = 0,67$: pour le cube, $q = 0,271$: et pour le prisme, $q = 0,153$.

467. On sent bien que ce n'est pas la longueur absolue du corps qui rend les non-pressions variables, mais une longueur relative à la surface antérieure. Nous avons d'ailleurs reconnu, par des expériences qu'on verra ci-après (chap VII), que la déviation postérieure des filets est la même pour des corps semblables, et même pour des prismes dont les sections sont inégales et dissemblables, pourvu que leurs longueurs soient proportionnelles aux racines quarrées des sections; ce qui prouve que, dans ce cas-là seulement, les hauteurs de non-pression sont égales, et leur effet proportionnel aux surfaces.

468. Nous avons un trop petit nombre d'expériences sur les non-pressions des prismes pour espérer d'en déduire avec exactitude la loi de la diminution des non-pressions : on peut néanmoins hasarder quelques conjectures à cet égard, d'autant mieux que ces quantités étant très-petites pour de grandes longueurs, les erreurs ne sont pas de conséquence. On voit d'abord que les hauteurs

de non-pression, ou bien le rapports q, sont relatives à l'inverse du rapport entre la longueur et la racine quarrée de la section, que nous exprimerons par $\frac{l}{\sqrt{s}}$; mais ils ne sont pas pour cela proportionnels à $\frac{l}{\sqrt{s}}$, puisque, pour une surface infiniment mince, la non-pression n'est pas infinie. La proportion n'est pas plus exacte en ajoutant une quantité constante à $\frac{l}{\sqrt{s}}$. Il semble plutôt qu'il sont en raison inverse des logarithmes de $\frac{l}{\sqrt{s}}$, lorsqu'on y ajoute une quantité plus grande que l'unité, pour que le logarithme ne se réduise jamais à zéro ; ce qui indiquerait aussi une non-pression infinie. En effet si, aux trois valeurs 0, 1, et 3 de $\frac{l}{\sqrt{s}}$ on ajoute la quanté 1,42, et qu'on en prenne les logarithmes dans les tables, on les trouvera de 0,152 : 0,383 : 0,645, qui sont assez exactement en raison inverse des valeurs de q; de sorte que la non-pression pour la surface mince étant connue, on peut en déduire toutes celles qui sont relatives aux différentes longueurs des corps. Ceci au reste ne doit être regardé que comme un simple aperçu qui ne convient absolument qu'à des corps prismatiques.

469. La hauteur de la non-pression n'étant relative qu'à la longueur du corps et à la vîtesse du fluide, et non pas à la grandeur de la surface, il en doit résulter que, toute les fois que

que cette hauteur sera plus grande que la racine quarrée de la surface exposée à la non-pression, et que le corps sera plongé à une très-petite profondeur, il se formera une poupe vide derriere cette surface. Ainsi une surface mince d'un pouce quarré, exposée à un courant qui aurait 36 pouces de vîtesse, et plongée d'une ligne ou deux seulement, ne serait point appuyée par derriere, et essuierait une non-pression totale; et si la non-pression suit exactement le rapport du quarré des vîtesses, il faudrait une vîtesses de près de 12 pieds par seconde, pour que la poupe d'une surface mince d'un pied quarré fût vide, ou que la non-pression fût totale. Au-delà de ce terme, que deviendrait la loi du quarré des vîtesses? et la non-pression pourrait-elle augmenter? Mais si le corps est plongé à une profondeur tant soit peu considérable, la pression de l'eau, jointe à celle de l'atmosphere, empêche la poupe vide de se former, et la loi du quarré des vîtesses est observée.

470. Ce que nous venons de dire sur la non-pression des corps plongés doit avoir lieu également pour les corps flottants, avec cette différence que, pour ceux-ci, l'intensité de la non-pression paraît plus grande et plus irréguliere. Quand même le fluide conserverait derriere le corps son niveau ordinaire, comme il le fait sensiblement pour ceux qui sont suffisamment plongés, il n'en existerait pas moins une non-pression telle que nous venons de la déterminer, et même plus forte, puisque le fluide latéral s'y meut avec plus de

vîtesse. Mais le fluide postérieur s'abaissant plus ou moins au-dessous de son niveau, suivant la vîtesse qu'il a et la figure du corps, c'est encore une nouvelle cause de non-pression qui peut, dans bien des cas, rendre la résistance des corps flottants plus grande que celle des corps plongés. Cet effet aurait sur-tout lieu quand les corps sont courts et la vîtesse considérable, quoique d'ailleurs la pression antérieure paraisse moindre. Cette cause doit s'ajouter à ce que nous avons dit précédemment sur le rapport des résistances des corps flottants (446); et il peut arriver que la résistance de ces corps augmente, à surfaces égales, en plus grand ou en moindre rapport que le quarré des vîtesses; à même flottaison en plus grand rapport que les largeurs, et à même largeur en moindre raison que les profondeurs.

Nous n'avons fait aucunes expériences sur la résistance des corps flottants : celles qui ont été faites à l'École Militaire et à Paris, prouvent assez que, toutes choses égales d'ailleurs, ceux qui sont courts éprouvent plus de résistance que ceux dont la longueur est en plus grand rapport avec la racine quarrée de leur base.

Rien au reste n'est plus propre à donner une idée nette du mouvement de l'eau en avant d'un corps, le long de ses côtés et à sa partie postérieure, que d'observer celui qui a lieu en avant des bajoyers ou des piles d'un pont, et la queue des mêmes piles. On peut aussi relire les paragraphes 11, 174 et 416.

CHAPITRE V.

Mesure de la pression et de la non-pression qu'un corps plongé essuie en se mouvant dans un fluide indéfini en repos.

471. Tous ceux qui se sont occupés de la résistance des fluides, ont posé pour premier axiome, que l'effort capable de retenir un corps immobile dans un fluide en mouvement, était égal à la force nécessaire pour le mouvoir avec la même vîtesse dans le même fluide en repos. Ce principe, sans être prouvé, paraissait du moins si probable, qu'on n'en doutait pas, et qu'on n'avait cherché à le vérifier par aucune expérience; mais on risque souvent de se tromper, quand on applique aux fluides les lois du mouvement qui conviennent aux solides. Ne pouvait-on pas croire que, dans l'état de repos, l'eau offre plus de facilité à se laisser diviser, et par conséquent moins de résistance que quand elle est en mouvement?

C'est pour confirmer ou détruire cette opinion que nous avons entrepris un nouveau cours d'expériences, dont le résultat étonnera peut-être autant qu'il nous a satisfait. Nous n'avons fait que répéter celles des chapitres précédents; avec cette différence, que le fluide était en repos, et que

nous avons pu varier les vîtesses de la surface ou du corps mû.

Préparation aux expériences.

472. La navigation entre Mons et Condé se fait sur la Haine, riviere qui n'est pas naturellement assez forte pour porter de gros bateaux; mais on augmente à volonté sa profondeur par une suite d'écluses qui soutiennent ses eaux, et qui partagent son cours en autant de bassins. Les jours destinés à la navigation, les écluses inférieures sont exactement fermées; et tandis que les eaux ordinaires de la riviere sont employées à remplir les bassins supérieurs, celles des bassins inférieurs sont en repos, sur-tout vers Condé où est le dernier bassin. C'est ce temps et cet emplacement que nous avons choisi pour nos expériences.

473. Deux barques plates, de l'espece de celles qui servent de canot aux grands bateaux de la navigation, ayant été placées à 6 pieds de distance, parallèlement l'une à l'autre, furent fixées solidement dans cette position par un assemblage de madriers, qui formaient un plancher ou plateforme par-dessus. La longue barre de fer qui nous avait servi pour les autres expériences, fut aussi employée pour celles-ci, mais d'une autre maniere : elle fut coudée d'équerre, de sorte que la plus longue branche étant couchée et attachée sur le plancher, l'autre trempait verticalement

dans l'eau à laquelle elle présentait le tranchant. C'est à celle-ci qu'était fixée la grande boîte de de fer blanc, de maniere que son centre était à 15 pouces au-dessous du niveau de l'eau : sa surface était tournée du même côté que l'avant des petits bateaux, perpendiculairement à leur quille et au milieu de leur intervalle qui, dans sa position, était d'environ 8 pieds.

Le tuyau vertical qui contenait le flotteur, était tout près du bord du plancher; et un de nous, constamment placé à ce point, pouvait facilement observer les ascensions et les abaissements du flotteur, comparés avec le point où il était dans l'état de repos qui indiquait le niveau de la riviere. On prenait ou vérifiait souvent ce dernier point pour observer si l'enfoncement des bateaux variait par les filtrations, ce qui était presque toujours insensible. Leur fond était si plat qu'étant chargés du plancher, de l'observateur, et d'un contre poids pour les maintenir de niveau, ils ne tiraient pas 4 pouces d'eau. La plate-forme était élevée d'environ 1 pied au-dessus du niveau de l'eau : ainsi, malgré le faible mouvement que les bateaux occasionnaient, l'instrument, enfoncé de 15 pouces, pouvait être considéré comme parfaitement isolé, et dans un fluide indéfini, la riviere ayant d'ailleurs 6 pieds de profondeur dans son milieu, et plus de 40 pieds de largeur.

Les bateaux étaient tirés, au moyen de deux longues cordes attachées à leur avant, par des

ouvriers exercés au tirage des grands bateaux; ils marchaient parallèlement, de chaque côté de la riviere, dans des sentiers alignés pratiqués sur les digues; et ils étaient assez en avant des bateaux pour que la ligne de traction fût presque horizontale. Avant de commencer chaque expérience, les bateaux étaient mis en mouvement sur 10 à 15 toises, et le reste de leur course était parcourue assez uniformément, comme on en pouvait juger par les faibles variations du flotteur. Un deuxieme observateur placé sur le rivage, mesurait, avec une bonne montre à seconde, le temps que les bateaux mettaient à parcourir uniformément 50 toises. Chaque expérience fut répétée plusieurs fois, en montant et descendant avec la même vîtesse, autant qu'il était possible, pour s'assurer si la riviere n'avait pas un mouvement propre. Cette vérification ne nous indiquait que de très-légeres différences, d'après lesquelles nous avons conclu les véritables vîtesses par des réduites, avec plus de précision que par les temps observés, sur lesquels on pouvait se tromper d'un tiers de seconde.

473. Nous avons exposé au choc la grande boîte d'un pied quarré, percée d'abord de deux trous seulement, l'un au centre, et l'autre tout-à-fait au bord, et en ensuite de six cent-vingt-cinq trous. Après avoir observé la pression contre les trous présentés en avant, on a observé de même la non-pression dans le sens contraire; ensuite nous exposâmes un tube vertical de 18

lignes de diametre extérieur recourbé horizontalement par le bas, sur 13 pouces de longueur, et plongé dans cette partie à la même profondeur de 15 pouces au-dessous du niveau de l'eau. Après avoir observé directement la pression et la non-pression qui avaient lieu contre son orifice situé dans un plan vertical, on le fixa sur le côté extérieur d'un des bateaux, au moyen d'un madrier prolongé de 4 pieds en dehors, de sorte que le plan vertical de son orifice était alors parallele à la direction du mouvement : dans cet état, il a essuyé une non-pression.

474. Tous ces résultats sont exprimés dans le tableau suivant, dont la premiere colonne indique les vîtesses du mobile ; la seconde, les hauteurs dues à ces vîtesses, ou les valeurs h; la troisieme, les hauteurs de pression antérieure ou de non-pression postérieure, que nous exprimons par H; la quatrieme, les rapports $\frac{H}{h}$ de ces deux hauteurs, ou les valeurs de m et de q; enfin, lorsqu'il s'est trouvé des expériences où les vîtesses étaient à-peu-près pareilles, on a pris une réduite sur ces rapports, ce qui forme la cinquieme colonne.

Tableau des expériences sur la pression et la non-pression qu'éprouve la surface plane d'un corps mis en mouvement dans l'eau stagnante.

Numéros des expériences.	Vitesses du mobile.	Hauteurs dues aux vitesses.	Hauteurs dues à la pression.	Rapports de ces hauteurs.	Rapports moyens.
Pression contre l'orifice du centre d'une surface mince.					
	po.	po.	lig.		
223.	34,32	19,52	21	1,075	1,092
224.	34,40	19,81	22	1,110	
225.	36,36	21,91	24	1,098	1,085
226.	37,43	23,22	25	1,076	
227.	48,72	39,34	42	1,067	1,058
228.	49,12	39,99	42	1,050	
229.	51,00	43,11	45	1,044	1,044
230.	54,00	48,29	50	1,035	1,057
231.	54,90	50,00	52	1,040	
Pression contre le trou percé au bord.					
232.	40,14	26,67	8,5	0,319	0,318
233.	56,00	51,97	16,5	0,317	
234.	59,20	58,09	18,5	0,318	
Pression contre les six cent vingt-cinq trous.					
235.	25,63	10,89	12	1,102	1,102
236.	41,52	28,57	29	1,015	1,015
237.	50,60	42,43	43	1,013	1,0135
238.	51,74	44,37	45	1,014	
Pression contre le tube direct.					
239.	27,78	12,79	15,5	1,212	1,221
240.	29,70	14,62	18,0	1,231	
241.	39,54	25,90	28,5	1,104	1,112
242.	40,52	27,21	31,5	1,121	
243.	67,05	74,51	77,0	1,033	1,033

Numéros des expériences.	Vitesses du mobile.	Hauteurs dues aux vitesses.	Hauteurs dues à la non-pression.	Rapports de ces hauteurs.	Rapports moyens.
Non-pression contre l'orifice du centre.					
	po.	lig.	lig.		
244.	33,52	18,62	9,0	0,483	0,483
245.	34,32	19,52	9,5	0,486	0,486
246.	44,11	32,24	16,5	0,516	0,516
247.	54,90	50,00	29,0	0,580	0,580
248.	55,89	51,77	30,00	0,579	
Non-pression contre le trou du bord.					
249.	49,83	41,15	20,0	0,486	0,476
250.	52,13	45,04	21,0	0,466	
Non-pression contre les six cent vingt-cinq trous.					
251.	29,4	14,31	6,0	0,419	0,411
252.	34,6	19,84	8,0	0,403	
253.	45,4	34,16	16,0	0,468	0,468
Non-pression postérieure contre le tube retourné.					
254.	59,20	58,09	8,0	0,138	0,138
Non-pression latérale sur le tube.					
255.	35,02	20,32	19,0	0,935	0,935
256.	53,78	47,94	50,0	1,043	1,043
257.	55,94	51,86	56,0	1,080	1,080

Conséquences qui résultent de ces expériences.

475. Les expériences que nous venons de rapporter offrent, à bien des égards, un nouvel ordre de choses qu'il est bon d'examiner en détail, en comparant ces observations avec celles qui pré-

cèdent sur la résistance des corps immobiles dans un fluide qui se meut.

1° La pression ne diminue pas aussi sensiblement du centre à la circonférence, et au lieu d'une pression négative vers les bords, il s'y produit encore une pression positive assez considérable, puisqu'elle est mesurée par le tiers de la hauteur due à la vîtesse; ce qui indique que l'eau s'écoule alors le long de la surface antérieure avec moins de vîtesse, ou bien d'une maniere plus uniforme.

2° Les rapports $\frac{H}{h}$ ou les valeurs de m, ne sont pas constants, et la pression paraît diminuer en moindre raison que le quarré des vîtesses. La difficulté d'observer à une demi ligne près la hauteur du flotteur, occasionne quelques différences pour des vîtesses à-peu-près égales : mais les réduites de la cinquieme colonne rectifient les erreurs, et indiquent clairement cette loi. Il paraît néanmoins que les pressions sont sensiblement proportionnelles aux quarrés des vîtesses, quand celles-ci sont de 3 à 4 pieds, et au-delà : ce n'est que pour des vîtesses moindres que les pressions paraissent plus grandes que ce rapport ne le donnerait. Cet effet se lie très-bien avec ce que nous avons constamment observé sur le mouvement de l'eau qui coule le long d'une paroi, ou d'une surface quelconque. Plus la vîtesse est petite, plus la viscosité du fluide la retarde à proportion par l'adhésion et l'attraction contre la paroi. Ainsi la vîtesse du mobile étant petite, celle qui a lieu le

long de la surface antérieure le devient encore plus à proportion; et la pression se trouve par-là un peu augmentée ou moins diminuée qu'elle ne devrait l'etre. Ce qui prouve encore mieux cet effet, c'est que les valeurs de m sont constantes pour le seul orifice du bord de la surface, parce que la vîtesse, qui est parallele au plan dans cette partie, étant beaucoup plus considérable que sur tout le reste de la surface, elle n'était pas diminuée par la même cause. On peut donc conclure que la loi du quarré des vîtesses est assez exacte pour la pression qui répond à des vîtesses de 3 à 4 pieds ou davantage.

3° En diminuant un peu les hauteurs de pression données par tous les trous, à cause de ceux qui manquent aux bords, on peut conclure assez exactement la hauteur moyenne, due à la pression sur toute la surface, égale à celle qui est due à la vîtesse du mobile, du moins pour les vîtesses au-dessus de 36 pouces par seconde. De sorte qu'on a dans ce cas $m = 1$, au lieu de 1,186 que nous avons trouvé pour le fluide en mouvement; ce qui constate déja, de la maniere la plus évidente, la différence des résistances dans les deux cas.

4° Les observations précédentes s'appliquent de même au tube recourbé qui présente au choc une surface fluide; on y remarque encore mieux, que les variations de la quantité m ne sont sensibles que pour les petites vîtesses. La pression y est aussi plus grande que celle qui a lieu contre

une surface solide, ainsi que nous l'avons déja remarqué, quand c'est le fluide qei se meut. Il est probable que, pour des vîtesses un peu considérables, telles que de 5 à 6 pieds, et au-delà, on aurait $m = 1$, c'est-à-dire que l'eau ne s'éleverait, par la pression, qu'à la hauteur due à la vîtesse.

5° La non-pression se fait ici d'une maniere différente; et elle paraît diminuer un peu, du centre à la circonférence, dans le même ordre que les pressions. Les valeurs de q augmentent avec les vîtesses, et ne semblent pas même devenir constantes, ce qui annonce une cause qui fait augmenter les non-pressions, et par conséquent, les résistances en plus grande raison que le quarré des vîtesses, lorsque celles-ci sont considérables. Nous ne pouvons donc pas déterminer les valeurs de q relatives aux non-pressions, si ce n'est pour quelques vîtesses particulières, à moins de connaître une loi qui indique à-peu-près comment ces quantités varient suivant les vîtesses.

6° La non-pression du tube retourné est très-faible, et ne donne $q = 0{,}138$, que parce que le corps était fort long relativement à sa section. Il paraît même que cette non-pression est plus forte qu'on ne la concluerait pour cette longueur, parce qu'elle est produite sur une surface fluide. Ce tube étant mu latéralement produit une non-pression dont la hauteur est à-peu-près égale à celle qui est due à la vîtesse : on aurait

obtenu le même résultat avec un tube droit et vertical. Les conséquences de cette derniere expérience ont été déduites précédemment (453).

476. Tous ces faits se lient assez bien avec ce que nous avons déja observé sur la maniere dont un fluide agit sur un corps immobile. Nous avons vu que, quand le fluide se meut contre un corps, il se divise en avant pour passer autour de lui sur une certaine étendue avec un accroissement de vîtesse. De même, quand le corps se meut, le fluide ne pouvant pas s'amonceler devant lui, il s'échappe par les bords avec une vîtesse réelle, contraire à celle du corps, et qui représente l'augmentation qui a lieu dans le premier cas. Mais, comme un fluide en repos se divise plus facilement, il doit sans doute se dévier de plus loin, et moins résister à un mouvement quelconque, pour lequel il est indifférent. De-là il résulte que la vîtesse du fluide le long de la surface doit être moins grande, et l'étendue sur laquelle le fluide passe de l'avant à l'arriere plus spacieuse. D'après cela, il n'est pas étonnant que la pression soit positive vers les bords, et que les filets déviés ayant plus d'étendue, et par conséquent moins de vîtesse, la pression totale se trouve diminuée.

Les filets environnants, qui se meuvent en sens contraire du corps, sont resserrés entre lui et le fluide stagnant : ils tendent donc à se répandre en tout sens. Mais l'inertie du fluide les repousse derriere le corps, et les fait converger à une dis-

tance plus ou moins grande, suivant qu'ils ont plus ou moins perdu de vîtesse pendant que le corps a passé, c'est-à-dire selon sa longueur, comme cela arrive quand c'est le fluide qui se meut. Et comme, dans la premiere hypothese, la colonne qui est derriere le corps immobile n'aurait aucun mouvement, et presserait le corps de toute sa force morte, si la convergence des filets, et leur plus grande vîtesse ne la faisait pénétrer par le fluide en mouvement, et ne lui faisait éprouver une translation relative; de même, dans la seconde hypothese, la colonne fluide qui suit le corps, n'éprouvant aucune résistance de front, à l'abri du corps, se mouvrait avec la même vîtesse que lui, et laisserait agir contre lui toute la pression morte, si la convergence des filets et leur plus grande vîtesse n'obligeait le fluide ambiant, et censé immobile, à se mêler avec elle en la pénétrant, et diminuant ainsi sa vîtesse; ce qui produit aussi une non-pression, mais moindre que la précédente.

479. La vîtesse avec laquelle le fluide passe autour du corps peut bien n'être pas proportionnelle à celle du mobile. Il semble que plus les filets échappés de devant le corps ont de vîtesse pour s'échapper, plus ils doivent éprouver de résistance de la part de l'inertie du fluide environnant, ce qui les oblige de se contracter davantage en augmentant leur vîtesse sur la longueur du corps, et par conséquent la non-pression postérieure. C'est peut-être ainsi que la non-

pression augmente en plus grande raison que le quarré des vîtesses. Si l'on s'en tenait aux expériences que nous avons faites, il y a une infinité de lois qui cadreraient avec les non-pressions observées; mais il n'en est peut-être qu'une qui, en s'accordant avec nos expériences, peut augmenter les non-pressions au point de donner à proportion une résistance double, quand les vîtesses sont de 1000 à 1200 pieds par seconde, comme il arrive dans le mouvement des projectiles lancés par les bouches à feu. Nous examinerons plus particulièrement cet effet, quand nous parlerons de la résistance de l'air.

Nous nous contenterons à présent d'indiquer que, quand les rapports des vîtesses réelles du mobile à une petite vîtesse constante de 2,2 po., augmentent en progression géométrique, les valeurs de q paraissent augmenter en raison arithmétique, ou être les logarithmes des rapports.

478. L'expérience nous ayant montré que la non-pression diminue un peu vers les bords, nous avons pu conclure que, relativement à la non-pression moyenne sur toute la surface, on avait $q = 0{,}46$ pour une vîtesse de 46 pouces par seconde, et $q = 0{,}4$ pour celle de 32 pouces. D'après ces données, qui suivent une loi semblable à celle qui a eu lieu pour les non-pressions au centre, nous avons trouvé $q = 0{,}5$ pour une vîtesse de 55 pouces, de sorte que, pour toute autre vîtesse V', on peut faire la proportion

$$L.\frac{55}{2,2} : L.\frac{V}{2,2} :: 0,5 : q = \frac{L.\frac{V}{2,2}}{2\,L.\frac{55}{2,2}} = \frac{L.\frac{V}{2,2}}{2,8},$$

en se servant des logarithmes des tables.

Cette expression ne convient qu'aux rapports de non-pression moyenne sur toute la surface : car, pour le centre, le dénominateur constant de cette fraction serait 2,45, au lieu de 2,8; et pour le bord de la surface, il excéderait 2,8. Il suit de cette formule, que la non-pression serait nulle pour une vîtesse d'environ 2 pouces; ce qui n'est pas étonnant : mais on doit remarquer en même temps, que la pression antérieure augmente considérablement pour des vîtesses aussi petites.

481. Si, dans nos expériences sur le corps immobile, nous avions été à même de varier les vîtesses, il est probable que nous aurions trouvé de semblables variations, tant pour les pressions que pour les non-pressions; mais en comparant l'un et l'autre cas à la même vîtesse de 36 pouces par seconde, il n'en est pas moins certain que le corps immobile éprouvait une plus grande pression dans le rapport de 1,186 à 1, quand la surface était très-mince. Dans le même cas, la non-pression ou $q = 0,67$; tandis qu'en calculant cette quantité pour la surface qui se meut avec la même vîtesse, on trouve $q = 0,433$: ce qui indique aussi une non-pression moindre que sur le corps immobile.

CHAPITRE VI.

De l'intensité de la résistance directe pour les surfaces minces, et les corps prismatiques à bases planes.

480. Ayant trouvé, par des expériences immédiates, quelle est la pression et la non-pression qu'essuient les surfaces, ou les prismes qui reçoivent le choc de l'eau étant immobiles, ou qui le choquent en se mouvant, il semblerait qu'il ne nous manque rien pour déterminer l'intensité de la résistance dans ces deux cas. Il y a cependant deux autres efforts à considérer dont nous n'avons point parlé jusqu'à présent : le premier, qu'on peut appeler la force rétrograde, consiste dans la force motrice dont est doué tout corps qui se trouve plongé ou qui flotte simplement sur un fluide dont la surface n'est pas de niveau. L'eau ne peut avoir de mouvement sans pente; le choc est dû au mouvement, mais le mouvement est dû à la pente. Quand donc un corps est retenu immobile dans l'eau qui se meut, il participe à la pente du fluide; et il a une force accélératrice égale à celle du volume d'eau qu'il déplace, multiplié par la pente du courant. Si le corps était libre, non-seulement il descendrait avec le fluide, mais il acquerrait en vertu de cette force une plus grande vîtesse que le fluide,

comme nous l'avons vu ci-devant (200 et 417); quand au contraire c'est le corps qui se meut dans un fluide indéfini, il paraît que son mouvement ne peut pas produire un remou en avant de lui, ni un abaissement du fluide en arriere, qui tiennent lieu d'une pente, et qui puissent lui procurer une force rétrograde. Cet élément est donc nul dans ce cas, et il ne pourrait devenir sensible qu'en supposant le corps mu dans un canal dont la section ne serait pas en grand rapport avec celle du corps.

481. Le second effort qui peut encore augmenter la résistance est celui du frottement contre la paroi du corps. Pour l'estimer de la maniere la plus probable, on pourrait considérer la paroi du corps comme un canal dans lequel coulerait une veine fluide avec la vîtesse du mobile ou du fluide environnant, et calculer le frottement par la pente qu'il faudrait sur la longueur du corps pour imprimer cette vîtesse, ou plutôt pour vaincre la résistance, en employant la formule du mouvement uniforme des eaux courantes. Mais il faut encore ici avoir égard à la longueur du corps : car les filets qui se sont contractés aux bords de la surface antérieure se courbent, et longent une partie des parois latérales du corps sans les toucher, du moins quand le choc se fait à la surface, comme nous l'avons observé à l'entrée de notre canal factice (11) : et pour les corps entièrement plongés, le fluide adhérent à

ces parois n'a pas à beaucoup près la vîtesse des filets contractés; et ceux-ci, glissant sur une portion du fluide qui a la liberté de tournoyer, n'éprouvent pas de frottement sensible. C'est ainsi que l'eau qui coule dans des tuyaux courts éprouve à proportion beaucoup moins de résistance que dans les longs tuyaux où le régime est établi. Or nous avons vu (247), que la longueur nécessaire au régime paraissait proportionnelle à l'étendue de la section, ou à la quantité du fluide contracté : nous pouvons donc conclure de même que la longueur du corps, nécessaire pour que la résistance du frottement devienne sensible, est proportionnelle à la grandeur de sa surface. Si on calcule cette force pour notre prisme de 3 pieds de longueur, à la vîtesse de 36 pouces, on ne la trouvera que d'environ $\frac{8}{10}$ de livre, en supposant que le frottement acquiert toute son énergie depuis la surface antérieure; mais, d'après ce que nous venons de dire, ce corps n'en éprouvait peut-être pas la dixieme partie. Nous pouvons donc ici négliger la résistance qui provient du frottement, sur-tout pour le cube et le prisme de 3 pieds de longueur; et, en général, cette résistance est toujours une très-petite partie de celle qui provient du choc direct. Elle ne peut devenir importante que quand on considere des corps dont la longueur est grande en comparaison de la racine quarrée de leur section, et dont la proue est propre à diminuer considérablement l'intensité du choc direct.

Résistance directe quand le corps est immobile.

482. La résistance totale d'une surface ou d'un prisme, retenus immobiles contre un fluide censé indéfini, mu avec une visesse donnée, est égale à la somme de la pression et de la non-pression, à laquelle il faut ajouter la force rétrograde, et le frottement, s'il peut être sensible. Ainsi, en nommant S la surface choquée, D la densité du fluide, et P le poids qui exprime la résistance relative à la pression et non-pression, on a $P = SD(mh + qh) = SDh(m + q)$.

Quand la surface est très-mince, nous avons trouvé (458) qu'on a $m = 1{,}186$; et (466) on a aussi $q = 0{,}67$; ainsi $m + q = 1{,}856$.

Pour le cube, nous avons trouvé de même $m = 1{,}186$, et $q = 0{,}271$; donc $m + q = 1{,}457$.

Pour le prisme dont la longueur est triple de la racine quarrée de la surface choquée, on a $m = 1{,}186$, et $q = 0{,}153$; donc $m + q = 1{,}339$.

Si, à ces données, on ajoute les autres des expériences 212e et 220e, dans lesquelles $S = \overset{\text{pi.}}{1}$, $h = \overset{\text{lig.}}{21{,}5} = \overset{\text{pi.}}{0{,}149}$, $D = \overset{\text{liv.}}{70}$; on trouve, pour les trois valeurs de P, $\overset{\text{liv.}}{19{,}34}$; $\overset{\text{liv.}}{15{,}29}$; et $\overset{\text{liv.}}{13{,}96}$.

483. Mais ces corps étaient plongés dans l'eau courante d'un canal, dont la pente, calculée d'après ses dimensions (448) et la vîtesse du courant, était égale à $\frac{1}{1883}$; ainsi le cube et le prisme

avaient des forces rétrogrades égales à 0,037 liv. et 0,1115 liv. Ajoutant ces quantités à celles ci-dessus, et comptant le frottement pour nul, on trouve les trois résistances totales égales : savoir, celle de la surface très-mince à 19,34 liv.; celle du cube à 15,307, et du prisme à 14,0715 liv.

484. Pour vérifier, d'une maniere directe, si les résistances totales effectives sont en effet les mêmes que celles qu'on vient de déterminer par les pressions et non-pressions, nous avons pesé, au moyen d'une balance hydrostatique, les efforts de l'eau contre une surface d'un pied quarré sans épaisseur contre un cube de 12 pouces de côté, et contre deux prismes d'un pied quarré de base, sur 3 pieds et 6 pieds de longueur. La balance était un T, dont la tige verticale avait 6 pieds de longueur, et les bras 3 pieds chacun; elle tournait sur deux tourillons engagés dans des crapaudines de cuivre taillées en grain d'orge; et nous prîmes toutes les précautions nécessaires pour que les poids qu'on mettait dans un bassin suspendu au bout d'un des bras répondissent exactement au double de l'effort que l'eau faisait dans tous les cas, pour écarter la tige de la situation verticale. Nous avions soin aussi que cette tige fût bien verticale, quand les corps y étaient suspendus et plongés dans l'eau dormante, avant de donner le courant, et que les surfaces antérieures fussent choquées bien perpendiculaire-

ment à leur plan, lorsque le courant était établi. Voici le résultat de ces expériences, dans lesquelles la vîtesse de l'eau était mesurée avec le même moulinet qui avait précédemment servi au même usage.

CCLVIII^e EXPÉRIENCE.

On a exposé au courant de l'eau un plan d'un pied quarré de surface, fait en tôle, dont le milieu était plongé de 15 pouces sous la surface de l'eau :

La résistance totale, doublée par le bras de levier de la balance, et répondant à une vîtesse de 36 pouces par seconde, a été trouvée de........................ liv. 38,91

CCLIX^e EXPÉRIENCE.

On a exposé au même courant l'une des faces d'un pied cube, plongé à la même profondeur :

La résistance totale double, à même vîtesse, a été trouvée de................ liv. 30,45

CCLX^e EXPÉRIENCE.

On a exposé au même courant la face antérieure d'un prisme de 3 pieds de longueur, et d'un pied quarré de base, à la même profondeur :

La résistance totale double, à même vîtesse, a été trouvée de................ liv. 27,75

CCLXI[e] EXPÉRIENCE.

Enfin, on a exposé au même courant la face antérieure d'un prisme de 6 pieds de longueur, et 1 pied quarré de base, plongé à la même profondeur :

La résistance totale double, à même vîtesse, a été trouvée de. . . . . 28,54 liv.

485. Les trois premieres expériences donnent les véritables résistances égales à 19,45 liv. : 15,22 liv., et 13,87 liv., qui s'accordent singulièrement avec les résultats précédents. La derniere demande un examen particulier : le rapport q, calculé (468) pour cette longueur, devient 0,117 ; ainsi, $m+q = 1,303$, et $P = 13,59$ liv. : mais la force rétrograde pour ce corps est 0,223 liv. Ajoutant ensemble ces poids, on a 13,81 liv., au lieu de 14,27 liv. que donne l'expérience 261[e]. Il resterait donc 0,46 liv. pour l'effet du frottement; ce qui ne doit pas paraître surprenant.

Résistance directe quand le corps se meut.

486. En se servant des différentes valeurs de m et q, que nous avons déterminées ci-devant d'après l'expérience (§. 475 et 479), on peut connaître l'intensité de la résistance totale, quand

c'est le corps qui se meut : nous avons trouvé qu'alors on a $m=1$, et la valeurs de q pour la surface mince est égale à 8,433. Si on estime les deux autres valeur de q pour le cube et le prisme de 3 pieds par loi relative aux longueurs des corps (468), on trouvera, pour le cube, $q=0,172$; et pour le prisme, $q=0,102$. Tellement qu'en nommant P' la résistance qui provient de la pression et non-pression du corps mu, les trois valeurs de P' seront 1,433; 1,172; et 1,102, qui répondent à des poids de $14^{\text{liv.}},94$; $12^{\text{liv.}},22$, et $11^{\text{liv.}},49$.

487. Cette comparaison fait voir que, dans le cas où l'on ne fait mouvoir que des surfaces directes, la résistance qu'elles éprouvent de la part du fluide est à celle qu'elles éprouveraient étant immobiles, et le fluide mu :: 10 : 13, à peu de chose près. Mais ce rapport n'est pas constant, et il diminue à mesure qu'on considere des corps plus longs.

Cela doit faire juger que les auteurs qui ont fait des expériences sur la résistance directe de l'eau ont pu chacun trouver des résultats très-différents, suivant la figure du corps choqué, et selon que c'était le corps ou le fluide qui étaient en mouvement. Nous venons de voir six résistances différentes pour la même surface choquée avec la même vîtesse; et nous trouvons des variations depuis un peu plus d'une fois la hauteur due à la vîtesse jusqu'au double à peu de chose

près. Ce sont là aussi les limites de l'incertitude qui avait existé jusqu'à-présent à cet égard.

488. Nous n'avons parlé jusqu'ici que des prismes entièrement plongés. La résistance des corps flottants offre encore d'autres combinaisons. Nous avons vu (444) que quand ils sont immobiles, la hauteur due à la pression antérieure est à-peu-près égale à celle qui est due à la vîtesse du fluide, même en tenant compte de l'augmentation que le remou occasionne à la surface choquée. Ainsi, lorsque le corps flottant se meut, il est très-probable que la hauteur de pression devient encore moindre : c'est le cas des expériences faites à l'École Militaire. Les corps qu'on exposait au choc étaient des prismes flottants, mus uniformément, avec des vîtesses de 2 à 4 pieds sur de l'eau stagnante : la plupart avaient depuis 1 jusqu'à 2 pieds de base, sur 6 de longueur, y compris une poupe solide, aiguë, de 2 pieds de longueur. Il suit de cette disposition, que la non-pression y devait être peu sensible (quoiqu'elle soit plus forte pour les corps flottants), parce que le corps était long, et que d'ailleurs on a constamment observé que l'addition d'une poupe solide diminuait un peu la résistance totale. Aussi trouve-t-on dans plusieurs de ces expériences, que la hauteur due à la résistance totale égale à-peu-près celle qui est due à la vîtesse, et qu'elle est même quelquefois un peu moindre.

489. En faisant mouvoir un de ces corps par

sa face latérale, sa résistance s'est trouvée bien différente. Il présentait alors au choc un rectangle de 4 pieds de largeur, enfoncé de 12 pouces 5 lignes ½ dans le fluide. La longueur de ses côtés était de 19 pouces 8 lignes; il n'avait point de poupe, et les bases antérieures et postérieures étaient égales et paralleles. Ce corps ayant parcouru assez uniformément 20 pieds en 9'',725, on a trouvé sa résistance de $\overset{\text{onc.}}{464,69}$, ou $\overset{\text{liv.}}{29,43}$. D'après ces données, la vîtesse était de $\overset{\text{liv.}}{24,67}$; sa hauteur due, de $\overset{\text{po.}}{0,84} = \overset{\text{pi.}}{0,07}$; la surface plongée, de $\overset{\text{po.}}{497,96} = \overset{\text{pi.}}{4,15}$. En mettant ces valeurs dans l'équation $P' = SDh(m+q)$, on a la hauteur de la colonne d'eau dont le poids exprime la résistance, ou $(m+q)h = \overset{\text{pi.}}{0,1} = \overset{\text{po.}}{1,2}$: et cette quantité, divisée par la hauteur h due à la vîtesse, donne le rapport de ces deux hauteurs, ou $m+q = 1,44$ (1).

Si on examine cette expérience d'après nos

---

(1) Dans l'ouvrage cité ci-dessus, et dont nous tirons ces données, on trouve, page 172, le même calcul : h' y exprime la hauteur due à la vîtesse, et h celle du solide qui mesure la résistance, et que nous désignons ici par $(m+q)h$. On y voit que cette derniere quantité est égale à $\overset{\text{po.}}{1,44}$; c'est sans doute une faute d'impression, ou une erreur échappée dans le calcul : car elle n'est réellement que de $\overset{\text{po.}}{1,2}$; et le nombre abstrait 1,44 indique le rapport de cette hauteur à celle qui est due à la vîtesse, ou la valeur de $(m+q)$.

nouvelles vues, on verra que loin d'y répugner, elle les confirme. En effet la hauteur de la flottaison n'étant qu'environ le quart de la largeur de la surface, on doit estimer pour le moins $m = 1$. Quant à la non-pression, le corps était un peu plus court qu'un cube, à proportion de la racine quarrée de la surface. Mais le fluide ne pouvant pas s'échapper par la partie supérieure, les filets latéraux se mouvaient avec une grande vîtesse; ce qui devait augmenter considérablement la non-pression, qui était déja assez grande par le peu de pression morte qui avait lieu par derriere. Il n'est donc pas étonnant qu'on ait dans ce cas $q = 0{,}44$, comme on l'a à-peu-près pour un corps très-mince et entièrement plongé.

490. M. le chevalier de Borda rend compte d'une expérience semblable, qui se rapporte aux précédentes. Une caisse quarrée flottait sur l'eau, de maniere que sa partie plongée formait 1 pied cube exact : ce corps étant mu sur une de ses faces, dans un bassin rempli d'eau de mer, avec une vîtesse d'environ un pied par seconde, il a trouvé la résistance de une livre $\frac{1}{3}$. On a donc $(m+q)h = \frac{1\frac{1}{3}}{1 \times 27} = \overset{\text{pi.}}{0{,}01852} = \frac{2}{9}$ de pouce, et $m + q = 1{,}117$; ce qui indique une résistance peu différente de celle qui a lieu pour les corps entierement plongés. Ce résultat n'est pas étonnant, parce que, quand les vîtesses sont petites, l'effet du remou sur la pression et la non-pression n'est presque pas sensible. On voit encore,

par trois autres expériences faites avec ce corps, à des vîtesses de 16,12 et 8 pouces, que les résistances sont assez exactement comme le quarré des vîtesses, et si elles en different, c'est en indiquant qu'elles diminuent un peu moins que dans ce rapport. Or cet effet est contraire à ce qui arrive aux corps flottants avec des vîtesses plus grandes; ce qui prouve encore mieux que l'effet des remous était insensible, que les résistances étaient relatives à celles des corps plongés, et qu'il est possible que, pour de petites vîtesses, leur diminution influe plus sur les pressions que sur les non-pressions.

491. Toutes ces faibles variétés, au reste, ne sont bonnes à remarquer que parce qu'elles confirment ce que nous venons d'exposer sur la résistance des fluides. On peut néanmoins assurer qu'il s'établit une telle compensation entre les valeurs de m et de q, que leur somme est sensiblement constante pour les petites vîtesses dans les corps flottants, et pour les vîtesses jusqu'à 3 pieds dans les corps plongés. Ainsi les résistances, entre ces limites, sont très-sensiblement proportionnelles aux quarrés des vîtesses. Nous croyons même que, dans la pratique, on peut calculer la résistance des vaisseaux et des grands bateaux chargés comme celle des corps entièrement plongés, parce que les variations occasionnées par leurs remous ne peuvent pas être considérables, à cause de leur tirant d'eau, et du rapport qu'il y a entre leur section et leur longueur.

Quoique ces corps soient terminés par des surfaces courbes, leurs résistances n'en sont pas moins proportionnelles aux quarrés des vîtesses, comme on peut s'en convaincre par les expériences répandues dans les divers ouvrages que nous avons déja cités; mais, pour que cette loi soit observée, il faut que, outre la similitude des surfaces qui terminent les corps, il y en ait aussi une entre la totalité de leur figure. Ainsi un très-grand et un très-petit vaisseau, construits sur le même modele, et d'une même proportion dans toutes leurs dimensions, essuieront réellement des résistances proportionnelles au produit du quarré de la vîtesse par leur plus grande section, ou, si l'on veut, au produit du quarré de la vîtesse, par celui d'une dimension homologue quelconque. Mais la résistance absolue de l'un et de l'autre restera indéterminée, à cause de l'insuffisance de la théorie ordinaire; à moins que, par une expérience immédiate, on n'ait déterminé la résistance d'un de ces corps semblables.

On pourrait assujétir certains corps particuliers à des expériences semblables à celles que nous avons faites sur les surfaces planes, pour connaître l'intensité de la pression et de la non-pression, suivant l'obliquité des surfaces. D'après ces données, les géometres parviendraient peut-être à trouver une loi générale, applicable à tous les cas. En attendant qu'on s'occupe d'un travail aussi utile, nous allons indiquer la maniere de juger à-peu-près de la résistance de quantité de corps,

par la mesure des proues et des poupes fluides, qui sont, pour ainsi dire, adhérentes à tout corps choqué.

CHAPITRE VII.

Mesure de la portion de fluide qui accompagne un corps en mouvement, dans un fluide indéfini.

492. Nous avons vu ci-devant que, quand un corps résiste à l'action d'un courant, le fluide se dévie à une certaine distance en avant de lui, et qu'il se forme une espèce de proue fluide, dans laquelle les filets, sans perdre toute leur vîtesse, en ont cependant moins que le reste du fluide, dans le sens du mouvement général : tellement que, si on prenait la somme de mouvement, dans la direction du courant, de toutes les molécules qui en ont perdu une partie, et qu'on la divisât par la vîtesse générale du fluide, on aurait pour quotient une masse qui est censée stagnante devant le corps, et qui perd tout son mouvement de translation par l'effet de la résistance. Il en est de même de la poupe fluide qui se forme derriere le corps. Les filets qui la composent ayant aussi moins de vîtesse que le reste du fluide, peuvent se réduire à une masse immobile. On peut raisonner de même pour le corps qui se meut dans un fluide en repos : car, quoique les molécules qui composent la proue et la poupe fluide

aient presque toutes moins de vîtesses que le corps, on peut néanmoins supposer que, par l'effet du choc, un mouvement égal à celui du corps est communiqué à une moindre masse, qui serait comme adhérente au corps, une partie en avant, et l'autre en arriere.

Cette masse paraît toujours augmenter lorsque, les vîtesses restant égales, la résistance diminue. On voit en effet que les filets, qui entourent le corps choqué, se rejoignent plus loin derriere lui à mesure qu'il s'allonge; et cet effet produit à-la-fois une diminution de non-pression et une augmentation de poupe fluide. Quant à la proue, il semble qu'elle est plus constante, puisque la pression antérieure reste la même à toute longueur du corps, ce qui indique que la déviation des filets se fait antérieurement de la même maniere, à quelque légere différence près, occasionnée par la viscosité quand les vîtesses sont fort petites.

Cette relation est encore plus sensible, si on ajoute au-devant d'un prisme une proue solide, angulaire ou courbe; la résistance en est considérablement diminuée, tandis que, la déviation se faisant plus obliquement, le volume compris entre les filets déviés et la premiere surface plane, est fort augmentée. La proue fluide effective pourra bien être moindre qu'elle n'était devant la surface plane, mais en y ajoutant la proue solide, on aura certainement un volume plus grand. Il en est de même de la poupe fluide qui devient,

par l'addition d'une poupe solide, d'autant plus grande que la non-pression est moindre.

493. Si les hauteurs de non-pression sont égales, à même vîtesse, pour des prismes semblables, c'est-à-dire dont les longueurs sont proportionnelles aux racines quarrées des bases, cet effet indique une semblable déviation postérieure, et par conséquent des poupes fluides proportionnelles aux volumes des corps. Les hauteurs de pression sont aussi égales dans ce cas; ainsi les proues fluides sont encore dans le même rapport; et on en peut dire autant de la somme des poupes et des proues, ou de la totalité du fluide entraîné. Cette quantité est constante pour un même corps mu avec des vîtesses différentes, puisque le rapport sensible des pressions et non-pressions avec le quarré des vîtesses, annonce encore la même déviation des filets, et l'égalité dans le fluide entraîné.

Toutes ces propriétés seraient sans doute d'un grand secours pour trouver le résistance des fluides, si on pouvait démêler, pour chaque espèce de corps, les valeurs séparées de la poupe et de la proue. Cette connaissance pourrait faire juger de l'intensité des pressions et des non-pressions; on parviendrait peut-être à trouver une relation exacte entre ces deux effets, et à déterminer enfin la résistance de différents corps ayant même base, ou du moins leurs plus grandes sections égales.

494. Tel est le but où tend le long cours d'expériences dont on va rendre compte. Nous som-

mes parvenus à connaître la somme des poupes et des proues de différents corps, sans pouvoir cependant assigner les valeurs de chacune d'elles. Quoique nous n'ayons en cela rempli qu'une partie de notre objet, ce travail pourra néanmoins paraître intéressant par la mesure de ce fluide entraîné, dont l'existence se lie très-bien avec ce que nous avons déja exposé sur la résistance des fluides.

Il n'est pas de moyen plus propre, pour déterminer la quantité de fluide qu'entraîne avec lui un corps plongé, que de faire osciller le corps dans le fluide. Les auteurs qui nous ont précédé ne nous ont rien laissé à cet égard. On connaît les expériences de Newton sur les oscillations des globes dans différents fluides : mais, comme il n'avait pour objet que de déterminer directement la résistance, il ne s'attacha qu'aux pertes des amplitudes, sans observer la durée des oscillations. On trouve dans les Mémoires de l'Académie royale des Sciences, des recherches très-curieuses et très-intéressantes de MM. de Mairan, de la Condamine, Bouguer, Godin, et autres, pour déterminer la longueur du pendule simple qui bat les secondes à Paris, et à différentes latitudes. Ces académiciens, n'ayant employé que des mobiles très-denses, ont pu supposer que les oscillations se faisaient dans l'air comme dans le vide. Bouguer est le seul qui ait tenu compte de la perte de gravité du pendule dans l'air, et il n'en parle même que comme d'une simple observa-

tion que personne n'avait faite avant lui. Il est étonnant qu'elle n'ait pas donné l'idée d'examiner le mouvement des pendules dans les milieux résistants : car personne, au moins que nous sachions, ne s'en est occupé. Nous y avons été amené par sa relation avec la résistance des fluides; et notre travail à cet égard était même terminé quand nous avons eu connaissance de l'observation de Bouguer. Quoi qu'il en soit, indépendamment de l'application qu'on peut faire de ces recherches, elles nous ont paru intéressantes; et elles remplissent un petit vide qu'on avait négligé dans les sciences physico-mathématiques.

495. On trouve les propriétés des pendules, dans le vide, démontrées dans tous les traités élémentaires de mécanique. Des masses différentes, attachées dans un même lieu à des longueurs égales de pendules, oscillent en temps égaux. Les oscillations, dans de petits arcs de cercle, sont très-sensiblement isochrônes ; et leurs durées sont en raison des racines quarrées des longueurs. Mais, si des pendules sont animés de gravités différentes, il faut, pour qu'ils puissent osciller dans le même temps, que les longueurs soient proportionnelles aux gravités. On ne peut mieux juger des différentes gravités qu'un même corps peut avoir en divers lieux, que par le poids qu'il y conserve : ainsi un corps placé à une distance du globe de la terre, telle

que sa gravité y soit diminuée d'un tiers, ne pesera que les $\frac{2}{3}$ de ce qu'il pesait à sa surface. Mais si ce corps, restant à terre, est d'une densité telle qu'en le plongeant dans l'eau il y perde de même $\frac{1}{3}$ du poids qu'il avait dans le vide, il y sera dans le même cas que si on l'eût éloigné de la surface de la terre; et sa gravité sera de même réduite aux $\frac{2}{3}$, puisqu'avec la même masse il pese moins. Il résulterait de-là qu'il devrait suffire de diminuer d'un tiers la longueur du pendule dans le vide, pour rendre ses oscillations dans l'eau synchrônes à celles qu'il ferait dans le vide. Ainsi, nommant a la longueur du pendule dans le vide pour osciller en un temps quelconque; l la longueur du pendule dans le fluide, pour osciller dans le même temps; p le poids du mobile dans le fluide; P le poids du fluide déplacé par le corps; $P+p$ exprimera son poids dans le vide, et $\frac{P+p}{p}$ sera le rapport des gravités dans les deux cas. On aura donc l'équation $\frac{P+p}{p}=\frac{a}{l}$, ou $l=\frac{ap}{P+p}$.

496. On pourrait demander avec raison si la résistance que le fluide oppose au mouvement du corps ne doit pas nuire à l'isochronisme des oscillations, et, en détruisant une partie de la gravité, obliger à raccourcir encore plus le pendule que ne demande la loi précédente. Pour répondre géométriquement à cette question, il faudrait employer toutes les ressources de l'analyse; mais

nous allons l'examiner d'une maniere plus simple par le raisonnement, et sur-tout par l'expérience.

Lorsqu'un pendule se meut dans le vide, sa force accélératrice relative diminue positivement pendant la descente jusqu'au point le plus bas de l'arc qu'il décrit où elle est nulle; et elle augmente ensuite négativement de l'autre côté pendant l'ascension, jusqu'à ce que le mobile parvienne à la même hauteur d'où il est descendu. Mais, si l'oscillation se fait dans un fluide, la résistance détruira sans cesse une partie de la force accélératrice relative, et l'effet de celle-ci se trouve anéanti avant que le mobile soit parvenu à la verticale: c'est alors qu'il a atteint sa plus grande vîtesse, et qu'il se trouve à la moitié de l'oscillation. Le mobile continue ensuite son mouvement, retardé sans cesse par la résistance et par la force accélératrice qui devient négative après le point le plus bas. Il repasse donc par les mêmes degrés de vîtesse et de résistance, jusqu'au terme de son amplitude totale, qui se trouve diminuée d'une quantité à-peu-près double de celle dont a été diminuée la premiere demi-oscillation. Cette perte sur l'amplitude totale indique donc l'effet de la résistance, sans qu'il soit nécessaire que le temps varie par cette cause. En effet, si la résistance ralentissait le temps des oscillations, celui qui est employé à parcourir de grands arcs où la vîtesse, et par conséquent la résistance, sont plus considérables, serait donc beaucoup plus long que celui qui est

employé à parcourir de petits arcs. C'est cependant ce qui n'arrive pas, et l'expérience donne ces temps sensiblement égaux. Mais une preuve plus frappante encore se déduit des oscillations de l'eau dans les syphons. N'ayant pas égard à la résistance qu'elle y éprouve, il est démontré que le temps des oscillations y est égal à celui d'un pendule simple oscillant dans le vide, à une longueur qui n'est que moitié du développement de la colonne fluide contenue dans le syphon. Nos expériences démontrent que cette loi est très-exacte, quel que soit le diametre du syphon ou la résistance que l'eau éprouve. Des colonnes d'égale longueur développée, renfermées dans des syphons de différents diametres, oscillent dans des temps parfaitement égaux, quoique la perte d'amplitude, causée par la résistance, soit très-différente.

497. On peut donc conclure que, quand un corps oscille dans un fluide, la résistance qu'il éprouve ne diminue que l'amplitude des oscillations et non leur durée; et que, si néanmoins elles sont plus lentes que dans le vide, cet effet n'est dû qu'à la perte de gravité absolue, relative à la différence entre la densité du fluide, et celle du corps. Il est vrai que la densité du fluide influe immédiatement sur la résistance : mais cette résistance est indépendante de la densité du mobile; au lieu que la perte de gravité et le temps des oscillations en dépendent absolument. Ce qui prouve encore que la résistance qu'un corps

éprouve en oscillant dans un fluide, et le temps de ses oscillations, sont deux effets qui n'ont entre eux aucun rapport immédiat, et qui ne dépendent nullement de la même cause.

498. La formule précédente donnerait exactement la longueur du pendule dans un fluide, si le corps, en se mouvant, n'entraînait avec lui une certaine quantité du même fluide qui varie très-peu par la différence des vîtesses; de sorte que la masse en mouvement ne consiste pas seulement en la masse propre du corps, mais encore en celle du fluide entraîné, ce qui convient très-bien avec ce que nous avons appelé poupe et proue fluide. Soit n un nombre constant, tel que nP exprime dans tous les cas le poids du fluide déplacé et celui du fluide entraîné; la masse en mouvement, ou son poids dans le vide, n'est plus égale à $p+\mathrm{P}$, mais elle est représentée par $p+n\mathrm{P}$; tandis que son poids dans l'eau est toujours exprimé par p. Il faut donc, pour l'exactitude de la formule, qu'elle devienne

$$l=\frac{ap}{n\mathrm{P}+p}=\frac{a}{\frac{n\mathrm{P}}{p}+1} \text{ : d'où l'on tire } n=\frac{p}{\mathrm{P}}\left(\frac{a}{l}-1\right).$$

499. Telle est est la quantité dont nous avons déduit la valeur de plusieurs expériences faites sur différents corps oscillants dans l'eau, en commençant par des globes de densité et de diametres différents. Nous les avons suspendus de telle sorte qu'il était facile de varier les longueurs d'une maniere propre à rendre les temps égaux

à un certain nombre de secondes; et ces longueurs étaient comptées jusqu'au centre d'oscillation.

Le vaisseau dans lequel oscillaient les globes avait 51 pouces de longueur, 17 pouces de largeur, et 14 pouces de profondeur d'eau. Les globes y étaient entièrement plongés à environ 3 pouces sous la surface de l'eau; et le fil auquel ils étaient suspendus était aussi délié que leur poids le pouvait permettre.

Tableau de la longueur de pendule, et des temps que duraient les oscillations de différents globes plongés dans l'eau.

Nos. des expé.	OBSERVATIONS.	Durée des oscill., exprim. en sec.	Longueur du pendule dans le vide, exprimée en pouces.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérien. exprimée en pouces.	Valeurs du nombre n tirées de l'expér.
	Globe de plomb, pesant dans l'eau 2102 grains.				
	gra.	″	po.	po.	
262.	Poids dans l'air.............. 2304	$\frac{1}{2}$	9,178	8,02	1,502
263.	Poids dans l'eau.............. 2102	1	36,714	32,08	1,502
264.	Poids du volume d'eau......... gra. 202	2	146,856	128,12	1,522
265.	Diametre du globe........ po. 1,0113 *	3	330,427	285,88	1,620

* Le pied cube d'eau de pluie pese 70 livres, 1120 onces, ou 645120 grains; ainsi le pouce cube d'eau pèse 373 $\frac{1}{3}$ gra. Un cube est au globe qui lui serait inscrit, comme 21 est à 11: ainsi le globe d'un pouce de diametre pese 195,555 gra. De-là, il est aisé de conclure le poids d'un volume d'eau égal à une sphere quelconque, ou le diametre d'une sphere, quand on connait le poids de son volume d'eau.

Nos. des expé.	OBSERVATIONS.	Durée des oscill., exprim. en sec.	Longueur du pendule dans le vide, exprimée en pouces.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérien. exprimée en pouces.	Valeurs du nombre n tirées de l'expér.
	Globe de verre, pesant dans l'eau 574 grains.				
	gra.	″	po.	po.	
266.	Poids dans l'air.............. 4194 Poids dans l'eau.............. 574	2	146,856	13,89	1,518
267.	Poids du volume d'eau........ 3620 gra.	4	587,426	53,89	1,569
268.	Diametre du globe.......... 2,645 po.	6	1321,71	119,24	1,598
	Même globe, pesant dans l'eau 2102 grains.				
269.	....	1	36,714	10,17	1,515
270.	....	2	146,856	40,66	1,516
271.	....	3	330,427	91,16	1,523
272.	....	4	587,426	160,33	1,546
	Même globe, pesant dans l'eau 4204 grains.				
273.	....	1	36,714	15,96	1,537
274.	....	2	146,856	63,5	1,523
275.	....	3	330,427	142,88	1,524
276.	....	4	587,426	252,66	1,538
	Même globe, pesant dans l'eau 9216 grains, ou une livre.				
277.	....	½	9,178	5,88	1,449
278.	....	1	36,714	23,96	1,372
279.	....	2	146,856	92,54	1,494
280.	....	3	330,427	208,20	1,494
	Globe de bois, pesant dans l'eau 2102 grains.				
281.	Ce globe était peint à l'huile.......	2	146,856	13,99	1,507
282.	Il a ici même densité que celui des exp.	3	330,427	30,58	1,547
283.	5, 6 et 7. Voy. son diam. ci-dessous..	4	587,426	54,62	1,547
284.	....	6	1321,71	121,46	1,567

Nos. des expé.	OBSERVATIONS.	Durée des oscill., exprim. en sec.	Longueur du pendule dans le vide, exprimée en pouces.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérien. exprimée en pouces.	Valeurs du nombre n tirées de l'expér.
	Même globe, pesant dans l'eau 4204 grains.				
	gra.	"	po.	po.	
285.	Quand ce globe pesait dans l'air 13271	1	36,714	6,88	1,375
286.	Il pesait dans l'eau 21	2	146,856	25,28	1,465
287.	Poids du volume d'eau .... 13250 gra.	3	330,427	56,37	1,525
288.	Diametre du globe .... 4,076 po.	4	587,426	99,42	1,557
289.	....	6	1321,71	224,66	1,546
	Même globe, pesant dans l'eau 9216 grains, ou une livre.				
290.	....	1	36,714	11,268	1,57
291.	....	2	146,856	45,416	1,553
292.	....	3	330,427	100,50	1,59
293.	....	4	587,426	179,25	1,583
	Autre globe de bois, pesant dans l'eau 2102 grains.				
294.	Diametre du globe .... 6 $\frac{2}{3}$ po.	3	330,427	9,178	1,27
295.	Poids de son volume d'eau .... 57954 gra.	4	587,426	14,894	1,394
396.	Il était peint à l'huile	6	1321,71	31,47	1,487
297.	....	9	2973,842	67,29	1,566
298.	....	12	5286,84	119,416	1,569
299.	....	18	11892,369	269,333	1,565
	Même globe, pesant dans l'eau 3204 grains.				
300.	....	10,85	4321,97	141,416	1,634
	Même globe, pesant dans l'eau 4204 grains.				
301.	....	3	330,427	13,9	1,651
302.	....	4	587,426	25,07	1,627
303.	....	6	1321,71	55,5	1,654
304.	....	9	2973,842	125,42	1,664
305.	....	12	5286,84	319,46	1,674

500. La valeur de la quantité n indique évidemment la mesure du fluide entraîné : car elle serait égale à l'unité, si le corps se mouvait seul. Cette quantité est à-peu-près égale pour tous les globes, quels que soient leur diametre, leur poids et les longueurs de pendule : ce qui confirme parfaitement ce que nous avons avancé, que les poupes et les proues d'un même corps, mu avec différentes vîtesses, sont à-peu-près constantes, et qu'elles sont aussi proportionnelles aux volumes, quand les corps sont semblables.

501. On ne peut pas néanmoins s'empêcher d'observer que les valeurs de n diminuent un peu à mesure que les longueurs de pendule deviennent plus petites, c'est-à-dire à mesure que le corps se meut dans des arcs dont le rayon est plus court, et qu'elles augmentent au contraire à mesure que les longueurs de pendule augmentent, ou que le corps se meut dans des arcs qui se rapprochent de la ligne droite : d'où l'on peut conclure, en général, que dans le premier cas il y a moins de fluide entraîné que dans le second, et que par conséquent la résistance y est plus grande. Il paraît donc que, si on cherchait à déterminer la résistance absolue d'un corps par le moyen des oscillations, ou par un mouvement circulaire, on devrait s'attendre à trouver la résistance un peu plus grande que celle qui serait produite dans un mouvement rectiligne. En effet, si l'on imagine en avant d'un corps ou d'une surface mue circulairement, une proue et une

poupe fluide qui s'étendent en avant et en arriere jusqu'à une certaine distance du corps, les sommets de l'une et de l'autre seront émoussés par la nature de ce mouvement; et ils le seront d'autant plus, que le corps ou la surface circuleront dans un plus petit cercle.

Mais ce n'est pas tout : nos expériences font voir aussi qu'à même longueur de pendule, plus le corps oscillant est gros, plus la quantité *n* éprouve de diminution, comme on le voit en comparant deux à deux les expériences 266 et 281, 267 et 283, 268 et 284, etc., dans lesquelles les temps et les longueurs de pendule étaient sensiblement égaux, ainsi que les densités des globes. Cet effet dépend de la même cause, c'est-à-dire du mouvement circulaire : car les longueurs des proues et des poupes fluides étant proportionnelles aux diametres des globes, elles sont plus étendues pour les gros globes que pour les petits; et, par une suite nécessaire, elles doivent être plus altérées par le mouvement circulaire. Les grandes surfaces, ou les gros corps semblables, doivent donc éprouver à proportion plus de résistance que les petits, quand ils se meuvent dans des arcs appartenant à un même cercle, et la différence doit croître à mesure que les rayons des arcs diminuent. Ces remarques sont importantes, et nous aurons occasion d'en faire l'application dans peu, après avoir remarqué encore plus sensiblement les mêmes résultats dans nos expériences sur l'air.

502. On voit cependant aussi que, quand les temps des oscillations sont fort grands, les quantités n ne laissent pas de croître, quoique les globes soient gros; mais cet effet vient d'une autre cause. La viscosité du fluide fait le même effet qui résulterait de l'augmentation du fluide entraîné, et nécessite le raccourcissement du pendule en plus grande raison que la perte de gravité.

503. On voit au reste qu'en général un globe, mu dans l'eau, entraîne avec lui, tant en avant que derriere, une portion de fluide dont le volume excede un peu la moitié du sien, et qu'on peut fixer pour une moyenne aux $\frac{585}{1000}$ de son volume, en négligeant la diminution causée dans nos expériences par la nature du mouvement circulaire, et l'augmentation produite par la viscosité dans les très-petites vîtesses.

504. La formule $l = \frac{a}{\frac{nP}{p} + 1}$ peut se combiner de diverses manieres, en y faisant entrer le temps, la densité du corps et celle du fluide. Nommant t le temps de l'oscillation; K la longueur du pendule qui bat les secondes dans le vide, et qui, dans notre climat, est d'environ $36{,}714$ po.; v le volume du corps, D sa densité, et d celle du fluide, on aura les équations suivantes :

$$t^2 = \frac{a}{K},\ P = vd,\ p = vD - vd, \text{ et } \frac{P}{p} = \frac{vd}{vD - vd} = \frac{d}{D - d};$$

mettant ces valeurs dans la formule précédente,

elle se change en celle-ci :

$$l = \frac{t^2 K}{\frac{nd}{D-d} + 1}, \text{ ou } t^2 = \frac{l}{K}\left(\frac{nd}{D-d} + 1\right).$$

On peut tirer plusieurs conséquences de cette formule; par exemple, que des corps qui different en volume, mais qui sont semblables en figure et de même densité, oscillent en temps égaux dans un fluide avec les mêmes longueurs de pendule; que si les longueurs de pendule sont différentes, les temps sont sensiblement comme les racines quarrées de ces longueurs, ainsi que cela a lieu dans le vide. Mais pour que cette loi soit observée, il est nécessaire que le corps soit semblable, parce que ce n'est que dans ce cas que la valeur de n est sensiblement constante.

505. Sans vouloir nous arrêter sur toutes les propriétés des pendules qui n'ont pas un rapport direct avec notre objet, nous placerons ici en peu de mots la loi d'oscillation des pendules suspendus par deux fils, dont les directions se réunissent au centre d'oscillation, de maniere que le mobile soit toujours au point le plus bas possible. Supposons d'abord que les points de suspension soient de niveau : si on tire de l'un à l'autre une ligne horizontale, sa distance au centre d'oscillation sera la longueur du pendule simple qui oscillerait dans le temps que le pendule double; et il ne pourra osciller que dans un plan vertical, perpendiculaire à celui qui passerait par les fils. Si les points de suspension ne sont pas

de niveau, la ligne tirée du centre d'oscillation perpendiculairement à celle qui les joint, sera la longueur d'un pendule simple, qui oscillerait en même temps que le double sur un plan incliné, faisant avec l'horizon le même angle que la ligne tirée du centre d'oscillation. Dans ce cas, il faudrait décomposer la gravité absolue en deux parties, l'une perpendiculaire au plan d'oscillation, et détruite par la résistance des fils, l'autre parallèle à ce plan, et qui seule imprimerait le mouvement au mobile. Ainsi le temps relatif au pendule simple devrait être augmenté dans le rapport de la racine quarrée du sinus total à celle du sinus de l'angle d'inclinaison du plan d'oscillation. C'est ainsi que, dans le vide même, on peut faire perdre à un pendule une partie de sa gravité absolue. Ceci est fondé sur les principes de la mécanique ; et nous avons d'ailleurs reconnu que l'expérience s'accorde avec la plus grande précision avec la théorie.

506. La découverte de la mesure du fluide, entraîné par les globes qui se meuvent, nous a déterminé à fixer par le même moyen celle de quelques autres corps, sans nous assujétir néanmoins, comme dans les expériences précédentes, à faire faire des oscillations d'un nombre exact de secondes. Jusques-là nous n'avions fait osciller que des globes qui, par la régularité de leur figure, étaient propres à se mouvoir dans un même plan vertical, sans s'écarter de la premiere direction que leur imprimait la gravité; mais

ayant ici à mouvoir des surfaces et des corps sujets à s'égarer, il a été nécessaire de les diriger et de les contenir pour les forcer à conserver la même situation et la même direction dans toute l'étendue de leurs oscillations.

Le vaisseau dans lequel ont été faites les expériences suivantes avait 4 pieds de longueur sur 1 pied 10 pouces de largeur réduite, et la profondeur de l'eau y était d'environ 12 pouces. On tendit d'un bout à l'autre du vaisseau deux fils de laiton très-déliés, parallèlement l'un à l'autre, et distants d'environ une ligne. Chaque corps destiné à osciller était traversé par un axe de fil de fer d'environ 8 pouces de longueur, qui était courbé par chaque extrémité en forme de crochet. On engageait dans ces crochets le nœud lâche de deux fils qui, après avoir passé entre les fils de laiton, se réunissaient à un seul fil qui soutenait le corps plongé dans l'eau, et le mettait en état d'osciller, sans pouvoir s'écarter de la direction des fils de laiton. Il est vrai qu'il arrivait souvent, quand le corps oscillait, que les fils de suspension frottaient contre les fils de direction; ce qui donnait lieu à une petite résistance; mais cette résistance n'influait pas sur la durée de l'oscillation, comme l'expérience l'a confirmé, et cela n'est pas surprenant, puisque la résistance directe que le fluide oppose au mouvement du corps n'a point d'autre effet que de diminuer un peu l'amplitude de l'arc parcouru par le pendule, sans diminuer ni altérer la durée de l'oscillation.

Comme presque tous les corps qui ont oscillé étaient de fer-blanc, on variait à volonté leur densité, en y faisant entrer du plomb de chasse, par une ouverture faite à la paroi supérieure. Nous ne pouvions alors qu'estimer la hauteur où se trouvait le centre d'oscillation; mais toutes les longueurs de pendule étaient assez grandes pour que l'erreur que nous pouvions commettre dans cette estimation fût très-petite.

Enfin, pour vérifier si les oscillations de ces corps étaient isochrônes, et si nous obtiendrions les mêmes valeurs du fluide entraîné à des longueurs de pendules différentes, nous avons fait osciller chaque corps à deux longueurs de pendule, dont l'une était à-peu-près double de l'autre. La mesure du fluide entraîné a été déduite de l'une et l'autre maniere. Leurs valeurs sont sensiblement égales; mais celle que donne la plus grande longueur est généralement un peu plus grande que l'autre, par la raison que nous avons dite ci-devant (501). Quand le corps se réduisait à un plan de peu d'épaisseur, ces mesures, ou la valeur de *n*, différait assez considérablement; et la plus grande répondait au contraire à la plus petite longueur de pendule.

507. On a marqué, dans le tableau suivant, 1° la durée des oscillations; 2° la longueur du pendule qui répondrait à cette durée dans le vide, et même sensiblement dans l'air; 3° la longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience; 4° la valeur entiere du fluide censé mu; 5° la valeur

de n, c'est-à-dire du nombre abstrait par lequel il faut multiplier le volume du corps, pour avoir celle du fluide censé mu; 6° la mesure du fluide entraîné par le corps, et qui l'accompagne dans son mouvement. Tous les poids ou volumes sont exprimés en grains; on pourrait les réduire au pouce cube, en les divisant par 373 gra. $\frac{1}{7}$.

Tableau d'expériences pour trouver la mesure du fluide entraîné par le mouvement d'une surface plane, ou de différents corps réguliers.

Nos. des expér.	Durées des oscillat. exprimées en secondes.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, expr. en po.	Valeurs de n P, suivant l'expér. exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expér.	Mesure du fluide entraîné, exprimée en grains.
	OSCILLATIONS PAR DES PLANS DIRECTS.					
	SURFACES DE PEU D'ÉPAISSEUR.					
306.	On a fait osciller un cercle de plomb de 2,677 po. de diametre sur 1,10 lig. d'épaisseur : poids dans l'eau ou $p = 1958$ grains; poids dans l'air, ou $P + p = 2152$ grains.					
	Poids du volume d'eau, ou $P = 194$ *grains.*					
	″	po.	po.	gra.		gra.
	3,2	375,95	141,04	3260	16,80	3066
	2,5	229,46	72,08	4274	22,03	4080
307.	Une lame de plomb de 2,37 po. en quarré sur 1,03 d'épaisseur : $p = 1902$ grains, $P + p = 2083$ grains, $P = 181$ grains.					
	3,25	387,79	141,04	3326	18,38	3145
	2,5625	241,08	72,08	4458	24,63	4279
308.	Une lame rectangulaire de plomb, de 4,75 po. de longueur, 1,208 po.					

Nos. des expér.	Durées des oscillat. exprimées en pouces.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, expr. en po.	Valeurs de n P, suivant l'expér. exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expér.	Mesure du fluide, entraîné, exprimée en grains.
	de largeur, et 1,10 lig. d'épaisseur : $p = 1996$ gra. $P + p = 2192$ gra. $P = 196$.					
	″	po.	po.	gra.		gra.
	3,28	394,675	141,04	3592	18,33	3396
	2,30	194,217	72,08	3381	17,25	3185
	Cylindres oscillants dans le plan de leur axe.					
309.	Un cylindre de 2,677 po. de diametre, et d'environ 7 lig. de longueur : $p = 2088$ grains, $P + p$ 3305 gra. $P = 1217$ gra.					
	3,6	475,813	141,46	4937	4,05	3720
	2,15	169,71	51,33	4815	3,96	3598
310.	Un cylindre de 2,677 po. de diametre, et d'environ 1 pouce 9 lignes de longueur : $p = 4542$ grains, $P + p = 8286$ gra. $P = 3744$ gra.					
	3,25	387,791	141,04	7939	2,12	4195
	2,325	198,439	73,20	7766	2,07	4022
311.	Un cylindre de 2,677 po. de diametre, et de 3 pouces 6 lignes de longueur : $p = 4383$ gra. $P + p = 11961$ grains; et $P = 7578$ gra.					
	3,8125	533,638	140,62	12246	1,61	4668
	2,75	277,65	73,41	12193	1,609	4615
312.	Un cylindre de 2,677 po. de diametre, et de 8 pouces o $\frac{1}{2}$ ligne de longueur : $p = 3838$ grains, $P + p = 20737$ grains, $P = 16899$ gra.					
	5,625	1161,63	163,12	23492	1,39	6593
	3,666	493,583	70,88	22886	1,36	5987
313.	Le même cylindre que le précédent : $p = 9216$ grains, $P + p = 26115$ gra. $P = 16899$ gra.					
	4,854	864,98	247,88	22238	1,32	5339
	2,611	250,291	71,88	22874	1,35	5976

Nos. des expér.	Durées des oscillat. exprimées en secondes.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, expr. en po.	Valeurs de n, suivant l'expér. exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expér.	Masses du fluide entraîné, exprimé en grains.
314.	Un autre cylindre de 5,416 po. de diametre, et environ 1 pouce 10 lignes de longueur : $p = 8130$ grains, $P + p$ 23981 gra. $P = 15851$ gra.					
	"	po.	po.	gra.		gra.
	5,0	917,85	142,25	44325	2,79	28474
	3,6	475,813	73,29	44650	2,81	28799
315.	Un cylindre de 5,434 po. de diametre, et environ 3 pouces 6 lignes de longueur : $p = 7560$ gra. $P + p = 37875$ gra. $P = 30315$ gra.					
	6,0	1321,71	141,5	63050	2,07	32735
	4,3	678,84	72,5	63224	2,08	32909
316.	Un cylindre de 5,426 po. de diametre, et environ 7 pouces 1 lig. de longueur : $p = 8106$ grains, $P + p = 69157$ grains, $P = 61051$ gra.					
	7,1	1850,75	141,5	97912	1,60	36861
	5,1	954,93	72,5	98658	1,61	37607
	Prismes quadrangulaires oscillants dans le plan de leur axe.					
317.	Un prisme à base quarrée, de 4,75 po. de côté, et environ 1 po. 10 ½ lig. de longueur : $p = 8130$ gra. $P + p = 23923$ gra. $P = 15793$ gra.					
	4,96	903,164	142,33	43455	2,75	27662
	3,55	462,688	73,33	43162	2,73	27369
318.	Un prisme à base quarrée, de 4,77 po. de côté, et environ 3 pouc. 6 ¾ lig. de longueur : $p = 7632$ gra. $P + p = 37871$ grains, $P = 30239$ gra.					
	5,95	1299,675	141,5	62468	2,06	32229
	4,235	658,46	72,5	61758	2,04	31519

Nos. des expér.	Durées des oscillat. exprimées en secondes.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, expr. en po.	Valeurs de nP, suivant l'expér. exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expér.	Mesure du fluide entraîné, exprimée en grains.
319.	Un prisme à base quarrée, de 4,81 po. de côté, et d'environ 7 pouces o $\frac{3}{4}$ ligne de longueur : $p = 10944$ gra. $P+p = 71924$ gra. $P = 60980$ gra.					
	″	po.	po.	gra.		gra.
	6,325	1468,56	141,5	102632	1,68	41652
	4,5	743,458	72,5	102275	1,67	41295
	Prismes triangulaires, oscillants dans le plan de leur axe.					
320.	Un prisme dont la base est un triangle équilatéral de 7,16 po. de côté, et d'environ 1 pouce 10 lig. de longueur : $p = 12276$ grains, $P+p = 27667$ gra. $P = 15391$ gra.					
	4,2	647,635	142,33	43580	2,83	28189
	3,0	330,427	73,33	43039	2,79	27648
321.	Un prisme de même base que le précédent, et de 3 pouces 6 $\frac{3}{4}$ lig. de longueur : $p = 13484$ gra. $P+p = 43056$ gra. $P = 29572$ gra.					
	4,7	811,0122	142,33	63348	2,14	33776
	3,35	412,0228	73,33	62269	2,10	32697
322.	Un prisme triangulaire de même base, et de 7 pouces o $\frac{1}{2}$ lig. de longueur : $p = 15228$ grains, $P+p = 73680$ grains, $P = 58452$ gra.					
	5,45	1090,40	142,0	101692	1,74	43240
	3,875	551,32	73,0	99773	1,70	41321
	Cube oscillant directement.					
323.	Un cube de 2,177 po. de côté : $p = 9864$ gra. $P+p = 13716$ grains, $P = 3852$ gra.					
	1,3137	62,997	36,714	7062	1,8333	3210

Nos. des expér.	Durées des oscillat. exprimées en secondes.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exp. en po.	Valeurs de n, suivant l'expér. exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expér.	Mesure du fluide entraîné, exprimé en grains.
OSCILLATIONS PAR DES PLANS OBLIQUES.						
Cube oscillant par l'arête de deux faces obliques.						
324.	Un cube de 2,608 po. de côté : $p = 11916$ gra. $P + p = 18540$ grains, $P = 6624$ grains.					
	″ 1,383	po. 70,215	po. 36,714	gra. 10873	1,641	gra. 4249
Cube oscillant par l'angle solide.						
325.	Un cube de 2,177 po. de côté : $p = 8197$ gra. $P + p = 12049$ gra. $P = 3852$ gra.					
	1,35	66,91	36,714	6742	1,75	2890
Prisme quadrangulaire, oscillant par l'arête de deux faces obliques.						
326.	Un prisme de 2,895 po. de côté, et de 3 pouces 3 lignes de longueur : $p = 19590$ gra. $P + p = 29764$ gra. $P = 10174$ gra.					
	1″,383	70,215	36,714	17876	1,757	7702
Cylindres oscillants dans le sens de leur diametre.						
327.	Le cylindre de l'expérience 309 : $p = 3312$ gra. $P + p = 4529$ grains, $P = 1217$ grains.					
	2,4	211,47	142,33	1606	1,32	389
	1,725	109,246	73,33	1619	1,32	402
328.	Le cylindre de l'expérience 310 : $p = 4320$ gra. $P + p = 8064$ grains, $P = 3744$ gra.					
	3,0	330,427	142,33	5706	1,52	1962
	2,15	169,710	73,33	5676	1,51	1932

Nos. des expér.	Durées des oscillat. exprimées en secondes.	Longueur du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, expr. en po.	Valeurs de nP, suivant l'expér. exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expér.	Mesure du fluide, entraîné, exprimé en grains.
329.	Un cylindre de 4,08 po. de diametre sur 3 pouces 3 lignes de longueur : $p=20205$ gra. $P+p=36075$ gra. $P=15870$ grains.					
	″	po.	po.	gra.		gra.
	1,48	80,404	36,714	24044	1,515	8174
330.	Le cylindre de l'expérience 311 : $p=5256$ grains, $P+p=12834$ grains, $P=7578$ grains.					
	3,65	489,12	142,33	12803	1,69	5225
	2,6	248,18	73,33	12530	1,65	4952

Cônes, pyramides et corps mixtes, oscillants dans le plan de leur axe.

331.	Un double cône à base commune de 2,677 po. de diametre, et de 3 pouces de hauteur totale : $p=4870$ grains, $P+p=7092$, $P=2222$ grains.					
	1,35	66,91	36,714	4005	1,802	1783
332.	Un autre double cône à base commune, de 2,677 po. de diametre, et de 5,37 po. de hauteur totale : $p=2998$ grains, $P+p=6876$ grains, $P=3878$ grains.					
	1,65	99,9538	36,714	5164	1,331	1286
333.	Une double pyramide quadrangulaire à base commune, de 3 pouces 3 lignes de côté, et de 13 pouces 2 ½ lignes de hauteur totale : $p=10872$ grains, $P+p=28232$ grains, $P=17360$ grains.					
	1,7	106,1134	36,714	20548	1,184	3188
334.	Le cylindre de l'expérience 310, auquel on a ajouté, en proue et en poupe, les cônes de l'expérience 331 ; ce qui					

Nos. des expr.	Durées des oscillat. exprimées en secondes.	Longueurs du pendule dans le vide, qui répond à cette durée.	Longueur du pendule dans l'eau, suivant l'expérience, exp. en po.	Valeurs de nP, suivant l'expér. exprimées en grains.	Valeurs de n, tirées de l'expér.	Mesure du fluide entraîné, exprimée en grains.
	faisait en tout 4 pouces $9\frac{1}{2}$ lignes de longueur : $p = 5248$ grains. $P + p = 11214$ grains. $P = 5966$ grains.					
	1,6″	93,9878 po.	36,714 po.	8187 gra.	1,372	2221 gra.
335.	Le cylindre de l'expérience 310, auquel on a ajouté, en proue et en poupe, les cônes de l'expérience 332; ce qui faisait en tout 7 pouces 1 ligne de longueur : $p = 4316$ grains, $P + p = 11968$ grains, $P = 7652$ grains.					
	1,775	115,649	36,714	9279	1,212	1627
336.	Le cylindre de l'expérience 311, auquel on ajouté les 2 cônes de l'expérience 331 : $p = 4636$ grains, $P + p = 14466$ gra. $P = 9830$ grains.					
	1,925	136,025	36,714	12517	1,273	2687

508. En comparant ensemble les expériences 306e et suivantes jusqu'à la 322e, on voit que des prismes de même longueur, et des bases égales, quoique dissemblables, entraînent sensiblement la même quantité de fluide. Quand les prismes sont semblables, ou que les longueurs sont proportionnelles aux racines quarrées de leurs bases, la quantité de fluide entraîné est proportionnelle à leurs volumes. Ainsi il est prouvé qu'alors la déviation des filets est la même; que par conséquent les hauteurs de pression et de non-pression sont égales; et que, dans ce cas seulement, les résistances sont proportionnelles aux surfaces.

On remarquera sans doute aussi la liaison intime et singuliere qui existe entre le résultat de nos expériences, sur les pressions ou non-pressions, et la quantité de fluide que le corps entraîne avec lui. On peut juger, par l'un et par l'autre effet, de la déviation des filets, devant et derriere un corps choqué; et cette déviation a un rapport nécessaire avec la quantité de fluide entraîné, et avec l'intensité de la résistance.

509. Pour pouvoir estimer la quantité de fluide entraîné par le mouvement des prismes droits, quelle que soit leur figure, nous avons cherché suivant quelle loi variaient les valeurs de n, par la longueur relative de ces corps, et nous avons reconnu qu'en général, deux de ces valeurs étaient proportionnelles aux rapports des racines quarrées des bases aux longueurs des prismes, en y ajoutant la quantité constante, 1,13 : de maniere qu'on a l'équation $n = 0{,}705 \frac{\sqrt{s}}{l} + 1{,}13$. On peut voir, dans le tableau suivant, la comparaison des résultats de cette formule avec ceux qui ont été donnés par l'expérience, en prenant une réduite entre les deux valeurs de n, relatives à chaque prisme.

NUMÉROS des expériences.	RACINE quarrée des bases, exprimée en lignes.	LONGUEUR des prismes, exprimée en lignes.	VALEURS de n calculées.	VALEURS de n, suivant l'expérience.
		Base circulaire.		
	lig.	lig.		
306.	28,5	1,10	19,40	19,42
		Base quarrée.		
307.	28,4	1,03	20,56	21,50
		Base rectangulaire.		
308.	28,7	1,10	19,53	17,79
		Base circulaire.		
309.	28,5	7,0	4,00	4,00
310.	28,5	21,0	2,08	2,09
311.	28,5	42,75	1,60	1,61
312. 313.	28,5	96,5	1,34	1,35
314.	57,6	22,0	2,97	2,80
315.	57,8	42,0	2,10	2,08
316.	57,7	85,0	1,61	1,61
		Base quarrée.		
317.	57,0	22,5	2,91	2,75
318.	57,2	42,75	2,07	2,05
319.	57,7	84,75	1,61	1,67
		Base triangulaire.		
320.	56,5	22,0	2,94	2,81
321.	56,5	42,75	2,06	2,12
322.	56,5	84,75	1,60	1,72
		Base quarrée.		
323.	26,1	26,1	1,83	1,83

510. Ces résultats s'accordent si bien en général, qu'on peut plutôt compter sur ceux de la formule que sur ceux de l'expérience. L'observation des temps de la durée des oscillations est difficile à faire exactement, sur-tout pour les corps très-courts qui essuient une grande résistance, et perdent bientôt tout leur mouvement. Cet élément est très-délicat, même pour les expériences sur les corps plus longs; et l'erreur d'un dixieme et même d'un centieme de seconde, change les résultats d'une mauiere sensible. D'ailleurs les oscillations des corps très-courts ne sont pas absolument isochrônes, et c'est vraisemblablement par cette raison que, pour ces corps, les valeurs de n sont plus grandes à de moindres longueurs qu'à de grandes; tandis qu'il arrive le contraire pour des globes, ou pour des corps d'une certaine longueur, qui essuient moins de résistance.

En multipliant les valeurs de P par celles de $n-1$, on a les poids du fluide entraîné dans chaque cas. Ainsi, dans les expériences 306, 309, 310, 311, et les deux suivantes, on trouve ces poids, exprimés en grains, égaux à 3570, 3651, 4081, 4622 et 5914 : ce qui montre que le fluide entraîné diminue toujours avec la longueur du prisme, mais de moins en moins; et qu'il est à-peu-près constant depuis une longueur de corps égale au quart de la racine quarrée de sa base, jusqu'à une longueur nulle. On en peut conclure qu'une surface extrêmement mince éprouve sen-

siblement la même résistance que si elle avait une épaisseur égale au quart de sa racine quarrée, parce que les filets ambiants, après avoir été divergents à leur passage contre la surface antérieure, ne deviennent convergents qu'à une certaine distance derriere elle, pour se réunir au-delà.

511. Pour comparer le volume du fluide entraîné par les prismes, à une mesure solide toujours relative à l'étendue de la base, il est naturel de les rapporter à un cube qui aurait pour côté la racine quarrée de cette base, ou en général au volume exprimé par la puissance $\frac{3}{2}$ de la base. Ce volume, relatif à la base du cylindre de 2,677 po. de diametre, peserait 4992 grains. Et si on cherche celui du fluide entraîné par une plaque mille fois plus mince que celle de l'expérience 306, on le trouvera de 3529 grains, dont le rapport au poids du cube est exprimé par 0,705. En général, prenant pour unité la base du prisme, et le volume du cube de comparaison étant parconséquent 1, celui du fluide entraîné par la surface infiniment mince, sera de 0,705. Si donc, dans la formule $n = \frac{0,705\sqrt{S}}{l} + 1,13$, on fait $\sqrt{S} = 1$, on aura $n - 1 = \frac{0,705}{l} + 0,13$, qui exprime la quantité par laquelle il faut multiplier le volume du corps, pour avoir celui du fluide entraîné. Mais la base étant 1, le volume du prisme est exprimé par l; d'où il suit que $0,705 + 0,13\,l$

donne le volume du fluide entraîné, quand le cube de comparaison est exprimé par l'unité. Ainsi, en supposant $l=0$, ou la surface infiniment mince, le fluide entraîné est 0,705; en faisant $l=1$, le fluide entraîné est 0,835; si $l=2$, le fluide entraîné est 0,965; si $l=3$, le fluide entraîné est 1,095, etc. Et quand le prisme est assez long pour négliger la quantité 0,705, le fluide entraîné est exprimé par $0,13\,l$, ou proportionnel à la longueur du prisme.

512. Pour completter l'analogie entre le volume du fluide entraîné et la résistance, il faudrait pouvoir connaître, pour les prismes, la valeur constante de la proue fluide, qui, étant retranchée de la somme du fluide entraîné, ferait connaître les poupes relatives aux différentes longueurs. On verrait ces poupes augmenter avec les longueurs, et indiquer une moindre non-pression relative à une moindre déviation. Nos expériences sont en trop petit nombre pour faire cette distinction du fluide en avant et en arriere. On verra cependant, dans le chapitre suivant, qu'on peut se servir avantageusement de la connaissance seule de la somme du fluide entraîné, pour déterminer la résistance de quantité de corps.

CHAPITRE VIII.

Considérations sur les résistances qu'éprouvent des corps terminés par des surfaces obliques, rectilignes ou courbes, pour se mouvoir dans un fluide.

513. On ne doit pas s'attendre à trouver ici une suite de faits simples et décisifs, qui fixent, d'une maniere évidente, l'intensité des résistances obliques, comme nous l'avons fait pour les résistances directes. Ce travail, aussi important qu'il sera long et délicat, pourra être le fruit du temps et d'une longue suite d'expériences; nous nous bornerons, pour le présent, à prouver par celles que nous avons faites, quoique en assez petit nombre, que l'obliquité des surfaces ne change rien à la nature de tous les effets que nous avons observés dans les résistances directes, et qu'elle ne fait qu'en varier l'intensité.

514. Si, à des surfaces planes, égales et très-minces, on adapte différents corps ou proues solides, tels que des pyramides, des cônes, des demi-spheres, et qu'on veuille comparer leurs résistances avec celles de leur base, il paraît d'abord qu'on les trouvera plus ou moins diminuées, non pas suivant la loi de la théorie ordinaire, qui suppose le choc immédiat des molécules contre ces surfaces, mais par deux causes

principales qui modifient la résistance. La premiere est que la vîtesse du fluide, le long de la surface oblique, est plus grande que celle qui a lieu le long de la surface directe, et que cette vîtesse augmente avec l'obliquité : premiere cause de la diminution de la pression. La seconde, et peut-être la plus importante, est que l'addition d'une proue solide doit forcer les filets antérieurs à se dévier de plus loin, en conservant ainsi une plus grande partie de leur vîtesse primitive, ce qui diminue la résistance que le corps éprouve. Il semble même que, si on compare des proues curvilignes, telles qu'une sphere, avec des proues rectilignes, telles qu'un cône, en supposant aux unes et aux autres même base et même hauteur, les sections de la premiere diminuant d'abord beaucoup moins que celles de la seconde, elles doivent donner lieu à une déviation plus éloignée et moins oblique des filets antérieurs, dont l'effet est une moindre pression. D'un autre côté, les différentes vîtesses du fluide le long des deux surfaces qui sont relatives à l'inclinaison de leurs éléments, paraissent devoir donner lieu dans la sphere à une moindre pression considérable vers ses bords, qui n'est pas compensée par l'augmentation de pression vers le centre. Il n'est donc pas étonnant que des chocs qui devraient être égaux, suivant la théorie ordinaire, soient réellement moindres pour des surfaces courbes que pour des surfaces rectilignes.

515. On ne doit pas cependant conclure de-là

que toute proue de même base et de même hauteur éprouve le moins de résistance quand sa courbure se raccorde perpendiculairement à sa base, comme cela a lieu dans la demi-sphere. Il faut encore combiner cette donnée avec la partie antérieure de la proue, suivant qu'elle est plus ou moins aiguë. C'est ce qu'on voit par des expériences très-curieuses de M. le chevalier de Borda. Il a fait mouvoir dans l'air trois sortes de prismes, dont les sections, paralleles à la direction du mouvement, étaient différentes. Le premier avait pour section un triangle équilatéral rectiligne; le second, un triangle mixtiligne, dont les côtés étaient des arcs de cercle de 60 degrés; le troisième, une demi-ellipse. Ce dernier donna moins de résistance que le premier, mais un peu plus que le second, quoique sa courbure se raccordât perpendiculairement à sa base; ce qui venait de ce que sa partie antérieure était directe au courant, tandis que celle du triangle mixtiligne était aiguë. Du reste les sections de l'un et de l'autre diminuaient presque également auprès de la base, et toutes deux bien moins que celles du prisme rectiligne.

516. L'effet d'une poupe solide sur la non-pression postérieure, est semblable à celui d'une proue sur la pression. La poupe s'oppose à la convergence des filets ambiants, et doit diminuer la non-pression plus efficacement, à proportion, pour les surfaces courbes que pour celles qui sont rectilignes. On ne doit donc pas s'étonner que la

théorie ordinaire, qui fait abstraction de la partie postérieure des corps, et qui considere la résistance sur chaque élément d'une surface comme s'il était isolé, soit entièrement défectueuse. Il serait même surprenant que les effets du choc oblique, considérés sous leur vrai point de vue, fussent constamment proportionnels, non-seulement au quarré des sinus d'incidence, mais même à aucune de leurs puissances.

L'addition d'une poupe et d'une proue solides diminue donc la déviation des filets, et augmente les poupes et les proues fluides. Mais, pour bien juger de la déviation des filets, par la quantité de fluide entraîné, il faut comprendre dans son volume les poupes et les proues solides, quand le corps est de la nature de solides de révolution, comme sont les spheres, les doubles cônes, les doubles pyramides, les ellipsoïdes, les paraboloïdes doubles, qui sont ou peuvent être regardés comme l'assemblage de deux corps égaux réunis par une base commune.

517. Mais, si un prisme quadrangulaire éprouvait le choc d'un fluide, perpendiculairement à son plan diagonal, on sent bien que les quatre angles solides de ce corps se trouvent hors de la poupe et de la proue fluides, et ne peuvent pas être compris dans le fluide entraîné.

De même, quand une poupe et une proue solides sont séparées, ou qu'elles terminent un corps prismatique, la totalité du corps n'est pas comprise dans le fluide entraîné, mais seulement ces

parties ajoutées. Dans ce cas, la poupe fluide augmente avec la longueur du corps; et cette augmentation n'indique une diminution de résistance, que par la diminution de la non-pression seulement. Mais si la longueur du corps reste constante, ou mieux encore si elle est nulle, et que la poupe et la proue fluides s'allongent l'une et l'autre par l'addition d'une poupe et d'une proue solides égales, alors la valeur de nP, ou du fluide entraîné, augmente et indique une diminution vraisemblablement proportionnelle dans la pression et la non-pression; et il est même probable qu'à égalité de vîtesse, ces deux parties de la résistance totale conservent entre elles le même rapport qui a lieu pour la surface plane et mince.

518. Avant de comparer ensemble les volumes du fluide entraîné par différents corps, il est bon de fixer celui qui convient à la sphere en mouvement. On voit, par le tableau (499), que la quantité n croît un peu à mesure que la longueur du pendule augmente; ou que, le temps des oscillations devenant plus grand, la vîtesse diminue. On peut donc attribuer l'augmentation de n à deux causes qui conspirent ensemble. La première est, comme nous l'avons déja dit, la nature du mouvement circulaire, qui altere la déviation des filets, et diminue d'autant plus les poupes et les proues fluides que le rayon recteur est plus court. La seconde est la viscosité du fluide qui, dans les petites vîtesses, produit le même effet qu'une

augmentation de fluide entraîné. En rejetant donc les valeurs de *n*, qui sont données par de trop petites longueurs de pendule, et prenant une moyenne entre les autres, on peut estimer que, pour un mouvement rectiligne et une vîtesse moyenne, la valeur de *n* est sensiblement égale à 1,585.

519. Nous pouvons à-présent comparer les valeurs du fluide entraîné par une sphere, avec celles qu'on tire des expériences 331 et 332, où des cônes de même base se présentaient au choc sous des angles d'incidence de 41° 45', et 26° 30'. Le poids du fluide entraîné par la surface mince qui faisait la base commune, serait de 3529 grains; le poids d'un volume d'eau égal à la sphere, serait de 3752 grains, qui, multipliés par 1,585, donnent la totalité du fluide entraîné y compris la sphere, égale à 5947 grains. Suivant l'expérience, le fluide entraîné par les deux cônes, y compris leur volume, est de 4005 et 5164 grains. Si on juge, d'après cela, des résistances par l'inverse du fluide entraîné, on verra que la surface plane en éprouve le plus, ensuite le premier et le second cônes, et enfin la sphere qui en éprouve le moins; résultat qui s'accorde très-bien avec toutes les expériences faites jusqu'à-présent. M. le chevalier de Borda a trouvé que les résistances dans l'air d'une surface plane circulaire, d'un cône droit à 45° d'incidence, d'un cône à 30° d'incidence, et d'une sphere, étaient entre elles :: 50 : 34 : 27 : 20. Il n'est donc pas étonnant

que, par la valeur du fluide entraîné, nous trouvions la résistance du cône le plus aigu encore plus forte que celle de la sphere.

Il paraît même qu'à égalité de bases, il faudrait, pour qu'un cône ou une pyramide essuyassent une résistance égale à celle de la sphere, qu'ils reçussent le choc du fluide sous un angle de 10 à 12 degrés. La pyramide de l'expérience 333e reçoit le choc sous un angle d'incidence de 13° 50'. Le fluide entraîné par sa base mince et isolée serait de 12813 grains; tandis que celui de la pyramide, y compris son volume, est de 20548 grains. Ainsi le fluide entraîné par une pyramide semblable, et dont la base serait égale à celle des deux cônes et de la sphere, aurait été de 5660 grains, et un peu moindre encore que celle de la sphere.

520. Les expériences 334 et 335, dans lesquelles les cônes précédents sont adaptés à un même cylindre, paraissent d'abord fort singulières, en ce que le corps le plus long et le plus aigu donne moins de fluide véritablement entraîné; mais, en y ajoutant le poids des cônes, on trouve, pour le fluide censé entraîné, 4443 grains, et 5505, qui indiquent une moindre résistance pour le corps aigu. Dans les expériences 334 et 336, les mêmes cônes sont adaptés à des cylindres de différentes longueurs; et le plus long donne effectivement plus de fluide entraîné.

C'est ici le lieu de faire remarquer plus particulièrement ce que nous avons déja fait observer

ci-devant, qu'il ne faut pas juger dans tous les cas de la résistance des différents corps par l'inverse du fluide entraîné. En effet, si on compare le cylindre de l'expérience 334 garni de proues et poupes coniques, avec celui de l'expérience 311e à base plane, mais beaucoup plus long, on trouvera la totalité du fluide entraîné par ce dernier un peu plus grande que celle du premier, quoique la résistance totale de celui-ci soit bien moindre. Mais cet effet rentrerait parfaitement dans la loi générale, si on pouvait démêler la poupe fluide de la proue. Les premieres étant retranchées de la somme du fluide entraîné, il resterait une moindre proue fluide pour le cylindre à base plane, que pour l'autre; ce qui indiquerait une plus grande pression antérieure. Sa poupe fluide, au contraire, serait plus grande que celle du cylindre court, parce qu'il essuie une moindre non-pression; mais les pressions faisant, sur-tout dans ce cas-ci, la plus grande partie de la résistance totale, les résultats rentreraient dans l'ordre naturel.

521. La méthode des oscillations ne fait connaître que la somme de deux parties de fluide entraîné; ainsi on ne peut comparer la résistance que pour des solides formés de deux moitiés égales, appuyées sur une même base commune, qui forme la plus grande section du corps, sans partie droite dans la longueur, et pourvu aussi que cette longueur ne soit pas très-grande, parce qu'alors la non-pression pourrait diminuer da-

vantage à proportion que la pression. D'après toutes les comparaisons que nous avons faites, il paraît que pour des corps réguliers, aigus par chaque bout, dont la plus grande section est dans le milieu, et dont la longueur n'excède pas cinq à six fois la racine quarrée de cette section, la totalité du fluide entraîné est toujours relative à la résistance inverse.

C'est ainsi qu'on pourrait connaître par l'expérience quel serait, entre tous les solides de révolution, celui qui offrirait le moins de résistance. On pourrait, par exemple, modeler des masses de cire, de 2 ou 3 pieds cubes de volume, lestées de plomb auquel on donnerait la forme de l'avant d'un vaisseau, d'après les proportions générales, reconnues être indispensables pour les services essentiels des vaisseaux de diverses espèces; on varierait les coupes et les courbures de ces modeles, selon les divers systêmes adoptés par les constructeurs, en faisant toujours l'arriere semblable à l'avant; et on les suspendrait à une longueur suffisante de pendule, pour les faire osciller dans l'eau, après avoir tenu compte de leur poids dans l'air, de leur poids dans l'eau, et par conséquent de leur volume. Il serait bon de donner à la partie supérieure de ces modeles, qui représenterait le plan de flottaison, une courbure réglée sur le rayon vecteur, à partir du point de suspension, afin qu'ils pussent osciller librement; et le temps de la durée de leurs oscillations, dans un bassin fait exprès, et suffisamment grand,

étant observé avec beaucoup de soin, on trouverait la valeur de n, et par conséquent du fluide entraîné exprimé par n P, qui ferait juger du plus ou du moins de résistance que ces corps essuieraient : on ne court aucun risque en cette matiere de conclure du petit au grand. Les résistances des fluides sont très-exactement proportionnelles aux surfaces, ou au quarré d'un côté homologue quelconque, quand les corps sont semblables. Il y a donc lieu de croire qu'en peu de temps on parviendrait à varier assez les formes de ces modeles, pour conclure quelle est la figure la plus avantageuse de l'avant des vaisseaux. On pourrait répéter les mêmes recherches pour la partie postérieure ou l'arrière. Nous ne doutons pas que cette méthode ne fût plus certaine et plus exacte que celle de peser avec une balance hydrostatique, la résistance effective et totale des mêmes modeles exposés à un courant réglé. Les remous suffiraient pour troubler les derniers résultats, parce qu'ils sont à proportion plus grands pour les petits corps que pour ceux d'un grand volume qui tirent beaucoup d'eau ; au lieu que pour les corps plongés, l'analogie est parfaite. Si on le jugeait convenable on pourrait doubler le corps oscillant, en en mettant un second, renversé sur le premier, et se joignant avec lui par le plan de flottaison. De cette maniere, la poupe et la proue fluides doublées seraient plus relatives au double de celles d'un corps qui flotte.

522. Nous venons de voir que la quantité de

fluide entraîné par une surface très-mince, par une sphère, et par différents corps pyramidaux de même base, est relative à la résistance qu'essuie ces différents corps en raison inverse; et cette observation nous a portés à rechercher s'il n'y avait pas un rapport simple entre ces deux effets, pour les solides de révolution. Il nous a paru que les résistances de ces différents corps étaient sensiblement proportionnelles à l'inverse des quarrés des fluides entraînés, y compris les volumes des corps; ou, si l'on veut, à l'inverse des quarrés des hauteurs des proues fluides qu'on imaginerait appuyées sur le plan de plus grandes sections des corps, et qui représenteraient le fluide entraîné. En comparant cette loi avec les résistances qu'on déduit de quelques expériences de M. le chevalier de Borda, on trouve un accord aussi satisfaisant, que la délicatesse de nos expériences et leur petit nombre peuvent permettre de l'espérer. Ce n'est que sur la sphere qu'il se trouve des expériences déja faites, et en assez grand nombre pour comparer avec elles le résultat des nôtres. C'est ce que nous allons faire le plus exactement qu'il nous sera possible.

523. On a demandé souvent quel est le rapport de la résistance de la sphere à la résistance directe de son grand cercle. Si l'on a bien saisi notre maniere d'envisager la résistance, on sentira que cette question est trop vague, et ne présente pas un sens assez déterminé. Ce rapport sera très-différent si ce grand cercle n'est qu'un plan

mince et isolé, ou s'il est garni postérieurement de la demi-sphere, ou enfin s'il forme la base d'un cylindre plus ou moins long. Nos expériences nous mettent en état de déterminer le rapport dans ces différents cas.

Prenons pour unité de résistance celle de la sphere, pour unité de surface celle de son grand cercle, et nommons C le rapport de la circonférence au diametre. $\left(\frac{4}{C}\right)^{\frac{1}{2}}$ sera le diametre de la sphere, et $\left(\frac{4}{C}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{C}{6}=\frac{4}{3\sqrt{C}}$ sera son solide. Cette quantité multipliée (518) par 1,585, donnera, pour le volume du fluide entraîné par la sphere, y compris son propre volume, la quantité 1,1924, tandis que le fluide entraîné par le grand cercle isolé et très-mince, n'est que 0,705. Ainsi, d'après notre aperçu, la résistance de la sphere étant 1, celle de son grand cercle isolé serait égale à $\left(\frac{1,1924}{0,705}\right)^2=2,86$.

524. La connaissance de ce premier rapport conduit à celle des rapports de la résistance de la sphere à la résistance des prismes ou des cylindres qui auraient une base égale à son grand cercle. Ainsi (en supposant toujours que ce sont les corps qui se meuvent: car la résistance et ses rapports différeraient un peu s'ils étaient immobiles dans un courant), la résistance d'un prisme qui a pour longueur une fois la racine quarrée de sa base (486), étant à celle de cette base isolée : : 1,172 : 1,433, on pourra conclure que la résistance de la sphere est à celle d'un cube direct

dont la face est égale au grand cercle de la sphère : : 1 : $2,86 \times \frac{1,172}{1,43}$: : 1 : 2,34. Et encore ce rapport n'est-il exact que pour des vîtesses d'environ 36 pouces : car les non-pressions diminuant avec les vîtesses, et les pressions augmentant, au contraire, un peu quand elles sont très-petites, les résistances de la base isolée et du prisme seraient moins inégales pour des vîtesses moindres; ce qui augmenterait un peu le rapport de la résistance de la sphere à celle du cube.

525. Connaissant l'intensité de la résistance qu'éprouve une surface mince mue dans l'eau, et son rapport avec celle de la sphere, nous pouvons déterminer l'intensité de la résistance de la sphere. Ainsi le rapport entre la hauteur due à la vîtesse et à la résistance d'une surface mince mue avec une vîtesse de 36 pouces, étant 1,433, ce rapport ou $m+q$ devient pour la sphere $\frac{1,433}{2,86} =$ 0,5; de sorte que le choc d'une sphere, mue avec une vîtesse d'un à quatre pieds, est sensiblement égal au poids d'une colonne d'eau qui aurait pour base son grand cercle, et pour hauteur la moitié de celle qui est due à sa vîtesse. Mais cette quantité augmenterait pour des vîtesses plus grandes. Comparons ce résultat à celui des expériences faites directement sur la résistance des globes.

526. M. le chevalier de Borda en rapporte quelques-unes qu'il a faites avec beaucoup de soin. Une sphere de 59 lignes de diametre, attachée à l'extrémité du bras d'un volant de 4 pieds de longueur, tournait horizontalement dans l'eau

d'un bassin qui avait 12 pieds de diametre. Les résistances étaient mesurées par un poids qui imprimait le mouvement au volant; et elles ont été trouvées exactement proportionnelles aux quarrés des vîtesses qui variaient depuis 5 jusqu'à 30 pouces. Il semble cependant que la résistance augmentait un peu pour les très-petites vîtesses: ce qui est conforme à la remarque que nous avons déja faite, que si la non-pression diminue, la pression augmente un peu. On trouve, par cette expérience, que pour une vîtesse de 1,$^{\text{pi.}}$ 2, la quantité $m+q$ est égale à 0,55; résultat plus fort que le nôtre, quoique dans nos expériences nous ayons eu des vîtesses au moins aussi petites. Ce globe était partagé en deux demi-spheres, pour pouvoir présenter au choc le grand cercle d'une demi-sphere ou sa convexité. Dans le premier cas, on a trouvé la résistance à celle de la sphere entiere : : 2,508 : 1 ; et dans le second, la même résistance à celle de la demi-sphere présentant sa convexité en avant : : 2,525 : 1.

527. On conclurait donc de cette expérience, que la résistance de la sphere entiere est à celle de la demi-sphere choquée sur sa convexité : : 2,525 : 2,508 ; ce qui contredit absolument toutes les expériences qui prouvent que l'addition d'une proue angulaire ou courbe, diminue la résistance, quand tout est égal d'ailleurs. Il est vrai que, si une demi-sphere reçoit le choc sur sa convexité, elle éprouve la même pression que la sphere entiere; mais sa non-pression doit être

plus grande, ainsi que sa résistance en général. L'expérience dont nous parlons est la seule qui paraisse contredire cette loi générale ; mais il y a tout lieu de croire que le résultat qu'elle donne pour ce cas, ainsi que l'excès de la résistance qu'elle indique pour la sphere entiere, sont une suite du mouvement circulaire, qui, comme nous l'avons déja remarqué (501), n'est pas propre à fixer l'intensité de la résistance dans le mouvement rectiligne.

528. Les expériences de Newton sur la chûte des globes dans l'eau, paraissent les plus directes qu'on puisse faire à cet égard. Nous les avons calculées d'après les données qu'on trouve dans le livre II[e] des Principes mathématiques. Si on se rappelle la formule que nous avons développée (315 et 316), pour déterminer le mouvement d'un grave qui se meut dans un milieu, où il éprouve une résistance proportionnelle à la surface choquée, et au quarré de la vîtesse, on verra qu'en nommant D la densité du milieu, P la masse en mouvement, p son poids dans le fluide, S la surface choquée, e l'espace parcouru dans le temps t; $m+q$ la quantité que nous avons nommée i^2 dans cette formule, ou le nombre par lequel il faut multiplier la hauteur due à la vîtesse pour avoir celle qui est due à la résistance, et N le nombre dont le logarithme hyperbolique est exprimé par $\frac{t}{P}\sqrt{2gp\,SD(m+q)}$, on aura l'équation suivante, $e=\frac{2P}{SD(m+q)}\log.\frac{N+1}{2\sqrt{N}}$. Dans

les expériences de Newton, le nombre N est toujours si grand, qu'on peut faire, sans erreur sensible, $N = N + 1$: alors l'équation se réduit à

$$2\left(\frac{SDe(m+q)}{2P} + L.2\right) = L.N = \frac{t}{P}\sqrt{2gpSD(m+q)},$$

d'où l'on tire

$$\sqrt{m+q} = \frac{\sqrt{2gpt^2} + \sqrt{2gpt^2 - 8Pe \times L.2}}{2e\sqrt{SD}},$$

et $m + q = \left(\frac{\sqrt{2gpt^2} + \sqrt{2gpt^2 - 5{,}54Pe}}{4e^2SD}\right)^2$.

529. Telle est la valeur que nous avons calculée pour 12 globes dont on connaît le diametre, le poids dans le vide et dans l'eau, et le temps qu'ils ont employé à parcourir, en tombant dans l'eau, une hauteur donnée. Comme nous ne cherchions que des rapports, ou des nombres abstraits, nous nous sommes servis des mesures anglaises, telles que Newton les a employées. Ce qu'il appelle la livre romaine est la même chose que celle qu'on connaît en Angleterre sous le nom de *troy;* elle se divise en douze onces, l'once en 20 deniers, et le denier en 24 grains. D'après les mesures de M. de Tillet, 7021 livres poids de marc font 9216 livres *poids de troy;* et suivant Newton, le poids d'eau d'un pied cube de Londres, est de 76 livres de troy. Quant aux mesures linéaires, le pied de Londres vaut 11 pouces 3 lignes, 1154 du pied de roi, ainsi $2g = 771{,}6^{\text{po.}}$ Nous avons pris pour unité de mesure, le grain et le pouce de Londres; ainsi $D = 253\frac{1}{3}$ grains;

le grand cercle de la sphere est représenté par S. Les valeurs de P n'expriment pas seulement la masse du corps, ou son poids dans le vide, mais encore le poids du fluide entraîné, que nous avons fait égal à 0,54 fois le poids du volume d'eau déplacé par chaque globe, au lieu de 0,585, pour compenser la petite résistance causée par le tuyau dans lequel les globes tombaient. Le tableau suivant indique les données et le résultat de chaque expérience.

	Poids dans l'air.	Poids dans l'eau.	Diamètre des globes.	Hauteur de la chûte.	Temps de la chûte.	Vitesses finales.	Valeurs de $m+q$.
	gra.	gra.	po.	po.	″	po.	
1.	156 $\frac{1}{4}$	77	0,84224	112	4	29,2	0,4929
2.	76 $\frac{1}{3}$	5 $\frac{1}{16}$	0,81296	112	15	7,6	0,5107
3.	121	1	0,9672	112	47	2,4	0,7040
4.	139 $\frac{1}{4}$	7 $\frac{1}{8}$	0,99868	182	24 $\frac{7}{8}$	7,4	0,5010
5.	154 $\frac{3}{8}$	21 $\frac{1}{2}$	1,0001	182	14 $\frac{5}{8}$	12,6	0,5186
6.	212 $\frac{3}{8}$	79 $\frac{1}{2}$	1,0001	182	8	23,0	0,5797
7.	293 $\frac{3}{8}$	35 $\frac{7}{8}$	1,2475	181,5	15	12,2	0,5905
8.	139	6 $\frac{1}{2}$	0,9997	182	25 $\frac{1}{2}$	7,2	0,4865
9.	273 $\frac{1}{4}$	140 $\frac{3}{4}$	0,9997	182	6 $\frac{1}{4}$	30,1	0,6020
10.	384	119 $\frac{1}{2}$	1,2587	181,5	9	20,5	0,6932
11.	48	3 $\frac{29}{32}$	0,6927	182,5	22 $\frac{1}{4}$	8,3	0,4572
12.	141	4 $\frac{3}{8}$	1,0099	182	31 $\frac{3}{4}$	5,8	0,4592

530. On remarque, dans ces expériences, des variations assez considérables, qui ne paraissent relatives ni aux vîtesses, ni aux diametres des

globes, mais qu'on peut attribuer à la difficulté de s'assurer exactement de toutes les données. Les globes oscillaient quelquefois, ils ne descendaient pas toujours en ligne droite, et il y en avait qui touchaient en tombant les bords du vase. On peut lire dans l'auteur même le détail des défauts qu'il n'a pu éviter. Dans chaque expérience, il faisait tomber l'un après l'autre plusieurs globes égaux qui parcouraient le même espace, dans des temps qui différaient quelquefois entre eux d'un dixieme; et, en nous conformant aux indications de Newton, nous nous sommes fixés, dans chaque expérience, à une réduite sur les temps, quoiqu'il semble que les temps les plus courts étaient les plus convenables, et qu'ils étaient l'indication de moins de causes étrangères de résistance. Quoi qu'il en soit, si on retranche la 3e et la 10e expériences qui sont évidemment fautives, et qu'on prenne une réduite sur tous les autres résultats, on trouve $m+q=0{,}523$. Nous pouvons donc conclure, eu égard à la petitesse de ces corps, dont la résistance était un peu augmentée par la viscosité, et vu aussi la variation des temps observés, que, pour des globes plus grands, et mus dans un fluide indéfini, on aurait $m+q=0{,}5$; ce qui confirme singulièrement les conséquences que nous avons déduites de nos expériences sur les oscillations des globes.

SECTION II.

DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR, ET DU RAPPORT DE LA RÉSISTANCE DANS DIFFÉRENTS FLUIDES.

531. L'AIR par sa rareté, mais sur-tout par son élasticité, paraît tellement différent de l'eau, qu'il semble que les résistances que les corps éprouvent dans ces deux éléments, ne puissent pas être assujétis aux mêmes lois. Cependant comme ils sont l'un et l'autre parfaitement fluides, c'est-à-dire que leurs molécules cedent au moindre effort dans toutes sortes de directions, il est assez naturel de croire que le choc de l'air produit des effets semblables à ceux que nous venons d'observer dans l'eau, parce que c'est de la fluidité que dépend principalement la nature de la résistance.

Ainsi, un courant d'air venant à choquer la surface d'un corps immobile, les molécules sont obligées de se dévier, avant la rencontre de l'obstacle, pour passer autour de lui avec un accroissement de vîtesse; ce qui forme en avant une sorte de proue fluide dans laquelle les molécules perdent plus ou moins de leur mouvement primitif de translation; et il en est qui, éprouvant une déviation complète, se meuvent parallèlement à la surface choquée, en accélérant de vîtesse vers les bords, ce qui fait varier les pres-

sions sur toute la surface, en les faisant diminuer du centre à la circonférence. Les molécules qui se sont précipitées vers les bords, étant réprimées par le fluide latéral, et rejetées en grande partie vers les côtés du corps, se rejoignent derriere lui avec d'autant plus de vîtesse, et d'autant plus près, que le corps est plus court. Mais, avant de reprendre leur premiere direction, elles entraînent, suivant leur degré de force, les parties intérieures de cette poupe fluide qu'elles forment derriere le corps; ce qui occasionne un défaut de pression sur la surface postérieure. Les mêmes effets doivent être produits quand ce sont les corps qui se meuvent dans l'air en repos; et il ne peut y avoir de différence considérable que dans leur intensité.

Si tels sont les effets généraux qu'on remarque dans la résistance des matieres fluides, ils conviennent également à l'air comme à l'eau, à quelques modifications près, qui sont relatives à l'élasticité de l'un, et à l'incompressibilité de l'autre. Si on juge à-propos de supposer l'air composé de molécules très-déliées, peut-être sphériques, qui ne se touchent point, qui sont au contraire à une distance égale à un assez grand nombre de fois leur diametre, mais qui sont douées d'une force répulsive qui augmente en raison inverse du cube de leurs distances, il en résultera que ce fluide sera capable de se comprimer en raison des poids dont il sera chargé; ce qui est assez exactement le résultat qu'on trouve en physique. Ses molé-

cules pourront vibrer, et transmettre les sons avec une vîtesse proportionnée au degré de tension de leur ressort, etc. Mais comme l'air, tel qu'il est à la surface de la terre, est chargé de tout le poids de l'atmosphere, le ressort de ses molécules est déja tendu à un degré assez considérable, en sorte que pour des vîtesses médiocres, comme sont toutes celles qui se produisent ordinairement, excepté par l'effet des bouches à feu, ces molécules agissent les unes sur les autres, et contre les corps solides, de la même maniere que si elles se touchaient, ou qu'elles fussent incompressibles. Ainsi, quoiqu'à la rigueur l'air se condense un peu en avant d'un corps qui se meut, et qu'il se raréfie un peu en arriere de ce corps par la non-pression, cette condensation ou cette raréfaction sont toujours extrêmement petites, parce que la prodigieuse mobilité de l'air fait céder le fluide antérieur et postérieur avec une vîtesse toujours beaucoup plus grande que celle du corps mu, et la résistance a sensiblement lieu comme si les particules du fluide se touchaient. D'ailleurs le corps choqué se trouve entre deux parties opposées du fluide, dont l'une a un peu plus de ressort, et l'autre un peu moins que si tout le système avait la même densité; ce qui ne paraît pas devoir changer l'intensité de la résistance. Nous allons, dans cette section, examiner quels sont les rapports de cette résistance relativement aux vîtesses, aux surfaces choquées, et à la densité du fluide.

CHAPITRE PREMIER.

Mesure du fluide entraîné par les corps qui se meuvent dans l'air : formule du mouvement d'oscillation.

532. Pour nous assurer d'abord, d'une maniere générale, de l'existence de la proue et de la poupe fluides, qui accompagnent un corps mu dans l'air, nous avons fait osciller un globe qui avait un peu plus de 2 pieds de diametre, vis-à-vis le centre duquel pendait librement, à 1 pied de distance, un petit plumaceau attaché au bout d'un fil, ou simplement un bout de fil de laine. Ces corps légers ont suivi le mouvement du globe, en oscillant comme lui et en même temps que lui, avec autant de précision que s'ils eussent tenu au globe; avec cette seule différence que leurs oscillations avaient des amplitudes moindres que celles du globe. Si on les approchait plus près du globe, ils allaient et venaient avec la même régularité que quand on les en tenait plus éloignés, et l'amplitude de leurs oscillations croissait ou décroissait en raison inverse de leurs distances. Enfin, à 4 pieds de distance du globe, c'est-à-dire à 5 pieds de distance de son centre, le plumaceau oscillait encore très-régulièrement, mais moins sensiblement. Cette expérience, qui aurait le même succès si on la faisait dans l'eau, en suspendant en

avant d'un gros globe de petites boules d'une densité un peu plus grande que celle de l'eau, prouve évidemment que le fluide est entraîné par le mouvement du globe, et qu'il le précede et le suit, en formant ce que nous appelons poupe et proue fluides. Voici quelques expériences qui déterminent la mesure du fluide censé mu avec la même vîtesse que le corps.

CCCXXXVII^e EXPÉRIENCE.

533. On a suspendu un globe de papier de $4^{po.},0416$ de diametre, et pesant dans l'air 155 grains, à un fil très-délié, dont la longueur, depuis le point de suspension jusqu'au centre d'oscillation du globe, était de 73 pouces. Le globe a fait 100 oscillations en 151 secondes; le barometre à 27 pouces 8 lignes, et le thermometre à 7 degrés.

CCCXXXVIII^e EXPÉRIENCE.

On a suspendu de même un globe de papier, bien sphérique, de $6^{po.},625$ de diametre, et pesant dans l'air 368 grains, à une longueur de pendule de $95^{po.},083$; il a fait 50 oscillations en 92 secondes; le barometre était à 27 pouces 10 lignes, le thermomètre à 9 degrés.

CCCXXXIX^e EXPÉRIENCE.

On a suspendu de même un globe de peau de baudruche, qui avait servi à des expériences aérostatiques, de 17 $\frac{1}{4}$ pouces de diametre moyen, et pesant dans l'air 396 grains, à une longueur de pendule de $85\overset{\text{po.}}{,}816$: il a fait 16 oscillations en 58 secondes; le barometre étant à 27 pouces, et le thermometre à 11 degrés.

534. Si on calcul ces expériences (498) par la formule $n=\frac{p\left(\frac{a}{l}-1\right)}{P}$, en supposant la densité de l'air à celle de l'eau : : 1 : 860, on trouvera, pour l'expérience 337^e $n=1{,}51$; pour l'expérience 338^e $n=1{,}63$; et pour l'expérience 339^e $n=1{,}54$: d'où l'on peut conclure que le volume du fluide entraîné dans l'air est le même que celui du fluide entraîné dans l'eau, que le choc s'y fait de la même maniere, et que la déviation des filets y est absolument semblable, du moins pour des vîtesses moyennes. On pourrait encore conclure de-là, que la résistance dans l'air est proportionnelle aux surfaces : mais, quoique cette conséquence fût juste, elle a besoin d'être autorisée par quelques autres expériences.

Nous en avons fait un grand nombre sur la perte de mouvement des corps qui oscillent dans l'eau et, dans l'air, et quoique cette matiere soit

très-épineuse à cause du mouvement varié, nous sommes parvenus à des résultats extrêmement satisfaisants. Ayant égard à la quantité de fluide entraîné par les globes, et à la perte de gravité, nous avons examiné le mouvement d'oscillation d'un globe qui se meut dans un fluide moins dense que lui; et nous avons cherché la loi qui exprime sa perte de mouvement à chaque oscillation, en supposant le principe reconnu pour vrai d'ailleurs, que la résistance est proportionnelle au quarré des vîtesses. En admettant cette premiere loi, jointe à la perte de gravité et à la mesure du fluide entraîné, voici comme on peut par la théorie déterminer ce mouvement.

535. Quoique les pendules qui oscillent aient un mouvement varié, où les vîtesses changent à chaque instant, nous supposerons que l'arc entier, parcouru dans la descente et l'ascension suivante, est l'espace parcouru, et que le temps est exprimé par la durée de l'oscillation, en considérant ce mouvement, pour une oscillation seulement, comme un mouvement uniforme.

Nous avons vu (498) que, quand on fait osciller un corps dans l'eau, on a $nP+p:p::a:l$, d'où l'on tire $\frac{a}{l}=\frac{nP+p}{p}$: mais si on fait l égal à la longueur du pendule qui bat les secondes dans le vide, c'est-à-dire à environ $36,714$ po., on aura (504) $\frac{a}{l}=t^{2}$, en nommant t le temps

exprimé en secondes. On aura donc $t^2 = \frac{nP+p}{p}$, ou $t = \sqrt{\frac{nP+p}{p}}$.

L'espace parcouru dans une oscillation, étant nommé E, cet espace, divisé par le temps, exprime la vîtesse moyenne; et nommant V cette vîtesse, on aura $V = \frac{E}{\sqrt{\frac{nP+p}{p}}}$.

Puisque le corps en se mouvant essuie une résistance, il perdra une certaine quantité de mouvement, c'est-à-dire qu'après être descendu du sommet de l'arc d'oscillation à la verticale, il remontera par un arc plus court que le premier. Or cette perte de mouvement sera d'autant plus petite, que le poids du corps dans le fluide ou p sera plus grand, et au contraire. D'un autre côté, la même perte de mouvement sera d'autant plus grande, que la vîtesse ou son quarré sera plus grand. D'où il suit qu'elle sera représentée par le quarré de la vîtesse, divisé par le poids dans l'eau, ou simplement par $\frac{E^2}{nP+p}$.

Cette expression de la perte du mouvement est composée du quotient du quarré de l'espace parcouru, qui est variable, divisé par $nP+p$, qui est constant pour toute la durée du mouvement du même globe. Ainsi, nommant *E* la diminution d'une oscillation quelconque, et m une constante relative à la surface actuelle du corps, on

aura $\frac{E}{m} = \frac{E^2}{nP+p}$: d'où l'on tire $m = E\frac{(nP+p)}{E^2}$, valeur de la constante m, pour un globe d'une grosseur donnée; $E = \frac{mE^2}{nP+p}$, valeur de la diminution d'une oscillation, dont l'amplitude est connue $p = \frac{mE^2 - nPE}{E}$, valeur du poids dans l'eau, pour une amplitude et une diminution connues.

536. L'arc entier, décrit par un pendule, étant toujours nommé E; et la perte du mouvement, ou la différence de l'arc de descente, à celui d'ascension, étant E, si on nomme e la descente, ou l'arc compris entre le point de départ et la verticale, on aura la nouvelle équation $E + E = 2e$, dans laquelle on peut substituer, à la place de E, sa valeur $\frac{mE^2}{nP+p}$, ce qui donne $E + \frac{mE^2}{nP+p} = 2e$, d'où l'on tire pour la valeur de l'arc décrit

$$E = \sqrt{2e\left(\frac{nP+p}{m}\right) + \left(\frac{nP+p}{2m}\right)^2} - \frac{nP+p}{2m}:$$

expression générale de l'amplitude d'une oscillation quelconque, quand on connaît le volume du globe, son poids dans l'eau ou dans le fluide donné, l'arc de descente, et les quantités m et n.

537. La longueur du pendule, ni la grandeur de l'arc de descente, par rapport à cette lon-

gueur, n'entrent point dans la formule. Et en effet, à toute longueur de pendule, et à toute grosseur de globe, pourvu que les densités fussent les mêmes, la loi du quarré des vîtesses étant observée, les valeurs de *m* seraient proportionnelles aux surfaces, s'il n'y avait point d'autre cause de résistance.

Mais, à cause de l'action du fluide entraîné, il faut pour obtenir ce résultat, réunir trois conditions; la premiere, que les densités des globes soient les mêmes; la seconde, que les longueurs de pendule soient proportionnelles aux diametres des globes; la troisieme, qu'ils parcourent, du moins en commençant, des arcs égaux.

Pour bien entendre la nécessité de ces conditions, il faut prendre garde que, quand le globe descend par l'arc de descente, il acquiert des degrés de vîtesse qui augmentent de plus en plus, jusqu'à ce qu'il soit arrivé un peu en-deçà de la verticale; après quoi il perd ces mêmes degrés de vîtesse à mesure qu'il parcourt l'arc d'ascension. Le fluide entraîné qui l'accompagne, acquiert en descendant les mêmes degrés de vîtesse à-peu-près : mais, comme ce fluide n'a point de poids, la gravité ne lui fait pas perdre sa vîtesse dans l'arc d'ascension. Il faut donc que ce soit le globe même qui la lui fasse perdre : ce qui ne peut arriver sans que ce fluide ne pousse le globe, et n'augmente un peu l'amplitude par la diminution de la résistance totale. Quand donc

on veut que la résistance représentée par m ne soit relative qu'aux surfaces des globes, il faut d'abord que leur densité soit toujours en même rapport avec celle du fluide. Mais, si deux globes de même densité oscillent à même longueur, en décrivant des arcs égaux, leurs forces pour osciller seront proportionnelles à leurs poids, ou aux cubes de leurs diametres, tandis que l'action du fluide entraîné sera proportionnelle aux surfaces ou au quarré des diametres, les vîtesses étant égales. Donc, pour que les forces d'oscillation de chaque globe soient proportionnelles à l'action du fluide entraîné, il faut que les longueurs de pendule soient proportionnelles aux diametres, et que les corps continuent de décrire des arcs égaux. Dans ce cas seulement, les rapports des résistances relatives aux surfaces sont données par la valeur de m, et ceux des résistances relatives aux quarrés des vîtesses, sont données par la formule précédente.

CHAPITRE II.

Rapport des résistances dans un fluide relativement aux vîtesses, et aux surfaces d'un globe qui se meut.

538. Comme rien n'est plus délicat que les oscillations d'un corps dans un fluide, et que,

quand on le laisse osciller en liberté, la premiere oscillation ne peut pas se faire de la même maniere que les autres, parce que, dans celle-là seulement, le fluide est en repos, tandis qu'il conserve un mouvement acquis dans toutes les autres, nous avons eu la précaution de ne faire faire au pendule de l'expérience suivante qu'une oscillation à-la-fois, composée d'un arc de descente, et un d'ascension. L'amplitude d'une oscillation ayant été observée et vérifiée à plusieurs reprises, on laissait reposer l'eau; et quand elle était calme, on plaçait le pendule au sommet d'un arc de descente égal à celui de la derniere ascension, et ainsi de suite, pour éviter le retardement que l'eau pouvait apporter au retour du pendule. Nous avons vérifié que cette précaution n'était pas nécessaire pour des globes de plomb, dont le diametre n'excède pas 1 pouce, quand ils oscillent dans l'eau; mais elle le devient pour des globes plus gros, sur-tout si leur densité est moindre que celle du plomb. Dans ce cas, ils perdaient plus de mouvement, quand ils oscillaient librement et de suite, parce que le fluide conservant une partie du mouvement imprimé par une oscillation, la vîtesse, relative au choc, se trouvait augmentée, quand le pendule revenait sur ses pas pour faire l'oscillation suivante.

Un globe de 2,645 po. de diametre, qui pesait dans l'eau 4 onces seulement, a perdu $\frac{143}{144}$ de son mouvement en 8 oscillations consécutives; au lieu

qu'il en a employé 15 à perdre la même quantité de mouvement, en le faisant osciller par reprises.

CCCXL[e] EXPÉRIENCE.

On a fait osciller dans l'eau un globe qui pesait dans l'air 5 livres 5 onces 4 ½ gros, ou 40068 grains, et dans l'eau 36448 grains. Son volume pesant d'eau était donc de 3620 grains, et son diametre de 2,645 po.; longueur de pendule, depuis le point de suspension jusqu'au centre d'oscillation, 36,714 po.

OBSERVATIONS.	Oscillations.	Descente ou valeur de e.	Ascension.	Amplitude ou valeur de E.	Perte de mouvement, ou valeur de E.	Valeur de m.
Rapport des densités du globe et de l'eau, 11,057.	1.	po. 12,0	po. 9,25	po. 21,25	po. 2,75	256
On suppose $n = 1,54$.	2.	9,25	7,417	16 ⅔	1,833	277
Poids du vol. d'eau dans le vide, ou $P = 3624$ grains.	3.	7,417	6,25	13 ⅔	1,166	262
$P = 36448$ grains, $nP + p = 42029$ grains.	4.	6,25	5,333	11,583	0,9166	287
	5.	5,333	4,75	10,083	0,583	241
	6.	4,75	4,25	9,0	0,5	259
	7.	4,25	3,833	8,083	0,416	265
	8.	3,833	3,479	7,312	0,354	278
	9.	3,479	3,229	6,708	0,25	234
	10.	3,229	2,979	6,208	0,25	275

539. En prenant une moyenne entre toutes les valeurs de m, on trouve qu'elle est égale, dans cette expérience, à 263; et si avec cette donnée,

on calcule, par la formule du §. 536 les différentes amplitudes de chaque oscillation, on trouvera le mouvement calculé de ce pendule comme il suit.

Oscillat.	Descente ou valeur de *e*.	Ascensions calculées.	Amplitudes calculées.
	po.	po.	po.
1.	12,0	9,19	21,19
2.	9,19	7,46	16,65
3.	7,46	6,28	13,74
4.	6,28	5,42	11,70
5.	5,42	4,77	10,19
6.	4,77	4,26	9,03
7.	4,26	3,84	8,10
8.	3,84	3,5	7,34
9.	3,5	3,21	6,71
10.	3,21	2,97	6,18

La conformité du mouvement calculé de ce globe, avec celui de l'expérience, est si sensible, que, quand on n'aurait pas d'autres preuves, il serait évident que les résistances des globes mus dans l'eau sont proportionnelles au quarré des vîtesses.

540. Quand on diminue la densité du globe, sans changer la longueur du fil de suspension, la quantité *m* diminue. Nous avons trouvé que sa valeur se réduisait à 155, quand le poids du globe dans l'eau était réduit à 2102 grains; et il est probable qu'elle augmenterait, au contraire, si la densité du globe devenait plus grande.

Quand on fait osciller un même globe à une plus grande longueur de pendule, la quantité *m*

augmente. Un même globe de plomb, d'environ 1 pouce de diametre, oscillant à deux longueurs de 36,714 po. et 76,77 po., a donné dans les deux cas, pour valeurs de *m*, 36,6 et 46,3; et le globe de l'expérience 327, oscillant à une longueur de 24 pouces seulement, et pesant dans l'eau 2102 grains, a donné des valeurs de *m* variables, à différentes amplitudes, depuis 150 jusqu'à 90.

Ces variétés dépendent principalement de l'action du fluide entraîné sur le globe; et elles font voir la nécessité de proportionner la longueur du fil de suspension des globes à leurs diametres, pour que la quantité *m* donne le rapport de la résistance qui est relative aux surfaces.

541. Un globe de plomb, pesant dans l'eau 2102 grains, dont le volume d'eau pesait 202 grains, et dont par conséquent la densité était à celle de l'eau :: 11,4 : 1 à-peu-près, oscillant dans l'eau en commençant par une descente de 12 pouces, et à la longueur du pendule qui bat les secondes, a donné, pour valeur réduite de *m*, 38,59. En comparant ce résultat avec celui de l'expérience 327, on voit que les densités des deux pendules étant à-peu-près les mêmes, et oscillant à même longueur, les valeurs de *m* ne sont pas tout-à-fait proportionnelles aux grands cercles des globes qui représentent les surfaces, et qu'il aurait fallu diminuer la longueur du pendule du petit globe.

De même une balle de plomb qui pesait dans

l'air 568 $\frac{1}{2}$ grains, et dans l'eau 521 grains, dont par conséquent le diametre était de 0$^{po.}$,624, et dont la densité était à celle de l'eau :: 11,96 : 1, oscillant dans l'eau, à commencer par une descente de 12 pouces, et à la longueur du pendule ou à 36$^{po.}$,714, a donné, pour valeur réduite de *m*, 16,49, qui, comparée aux autres valeurs de cette quantité, s'éloigne encore plus du rapport des surfaces du grand cercle des globes. Si donc on voulait supposer que, dans ces trois cas, la valeur de *m* fût exactement proportionnelle aux résistances des globes respectifs, on conclurait que les résistances croissent en moindre raison que les surfaces.

542. Les mêmes résultats ont lieu dans l'air comme dans l'eau : la loi des quarrés des vîtesses y est régulièrement observée ; les quantités *m* y éprouvent les mêmes variations par l'effet du fluide entraîné. Les gros globes de même densité que les petits, oscillant à mêmes longueurs, donnent des valeurs de *m* un peu moindres que le rapport des surfaces : mais toutes choses se passent dans ce fluide à proportion comme dans l'eau. Nous n'en rapporterons qu'un exemple dans l'expérience suivante.

CCCXLI^e EXPÉRIENCE.

On a fait osciller dans l'air un globe qui avait déja servi à l'expérience 337, avec une longueur

de pendule de 36,714 po.; sa densité était à celle de l'air :: 11,33 : 1. Il a fait les oscillations suivantes, prises séparément une à une.

OBSERVATIONS.	OSCILLATIONS.	DESCENTE ou valeur de e.	ASCENSION.	AMPLITUDE ou valeur de E.	PERTE de mouvement.	VALEURS de m.
Hauteur du barom. 27 pouces 5 lig. Thermom. 9 degr.	1.	po. 12,0	po. 10,0	po. 22,0	po. 2,0	0,735
En supposant la densité de l'air à celle de l'eau :: 1 : 860;	2.	10,0	8,70	18,70	1,30	0,662
On a P = 15 grains, n P + p = 178 gra.	3.	8,70	7,79	15,49	0,91	0,675
	4.	7,79	6,96	14,75	0,83	0,679

543. Quand on veut trouver la loi des résistances proportionnelles aux surfaces dans un fluide quelconque, par le moyen des pertes de mouvement, on est obligé de faire la densité des globes en assez petit rapport avec celles de fluides, pour que l'amplitude des oscillations diminue d'une quantité bien sensible. Il y a un autre moyen de vérifier cette loi, en employant des globes dont la densité soit en très-grand rapport avec celle du fluide. Ce moyen ne peut pas convenir à l'eau, parce que sa densité est déja telle que les globes les plus pesants dans la nature, qui sont ceux qu'on ferait en or, ne peseraient que 19 fois autant. Mais, quand on fait osciller dans l'air des globes de plomb, ou même de bois, leur densité est si considérable par rapport à celle du fluide, que le poids du volume dé-

placé par le fluide est comme nul en comparaison de celui du corps ; c'est-à-dire que la perte de gravité est nulle au moins sensiblement, et il en résulte que ces globes oscillent à-peu-près dans le même temps que dans le vide. Ils essuient cependant des pertes de mouvement d'autant plus grandes, qu'ils sont plus légers ; mais ces pertes de mouvement sont si petites pour chaque oscillation, qu'elles ne se rendent sensibles que sur un nombre d'oscillations assez grand.

544. Un globe de 2,645 po. de diametre, pesant dans l'air 2348 grains, a fait 31 $\frac{2}{3}$ oscillations pour perdre $\frac{1}{6}$ de son mouvement, en partant d'un arc de 12 pouces. A un poids double, il a fait 63 oscillations ; à un poids triple, 95 ; à un poids quadruple, 119 : et enfin, quand il pesait huit fois autant, ou 18784 grains, il a employé 199 oscillations pour perdre la même quantité de mouvement, en réduisant son demi-arc de 12 pouces d'amplitude à 10. Il oscillait dans tous ces cas à une longueur de pendule égale à 36,714 po. Il semble par les premiers temps qu'il emploie à perdre $\frac{1}{6}$ de son mouvement, que ces temps soient proportionnels aux poids du mobile ou à sa densité ; mais cette égalité de rapport ne se trouve pas dans les grands poids : car, pour que cette égalité eût lieu, il n'aurait dû faire qu'environ 25 oscillations, quand il pesait 2348 grains, puisqu'il n'en faisait que 199 quand il pesait huit fois autant, c'est-à-dire 18784 grains. On est donc

encore obligé de reconnaître ici l'action du fluide entraîné par les globes, dont l'effet est d'augmenter d'autant plus leur amplitude, que leur densité est moindre, ou qu'ils opposent moins de résistance à l'impulsion de ce fluide, qui conserve son mouvement pendant que le corps parcourt son arc d'ascension.

545. Quand on veut ensuite comparer le mouvement de deux globes dont les diametres sont différents, pour chercher en quel rapport sont les résistances comparées aux surfaces, il devient indispensable d'avoir égard à la résistance des fils de suspension, qui est constante si les fils sont de même longueur et de même grosseur, et qui est différente si la longueur ou la grosseur des fils varie.

Nous avions choisi, pour suspendre des globes de poids et de volumes différents, deux fils de métal, dont l'un avait $\frac{1}{164}$ de pouce de diametre, et l'autre $\frac{1}{64}$: ainsi les diametres de ces deux fils étaient à-peu-près dans le rapport de 2 à 5. Nous fîmes osciller, à la longueur du pendule qui bat les secondes, un même globe de plomb, dont le diametre était égal à 1,0113 po., et qui pesait dans l'air 2304 grains, suspendu successivement à ces deux fils. Avec le premier, il perdit $\frac{1}{6}$ de son mouvement en 160 oscillations; et avec le second, il perdit la même quantité de mouvement en 142 oscillations. La différence de grosseur des fils de suspension causait donc une différence de 18

oscillations, dans le temps employé à perdre la même quantité de mouvement; et si ces différences sent proportionnelles au diametre des fils, le premier causait une perte de 12 oscillations, et le second une perte de 30 : c'est-à-dire que, si la résistance des fils avait été nulle, le globe aurait fait 172 oscillations pour perdre $\frac{1}{6}$ de son mouvement. Le globe oscillait donc, dans chaque cas, comme s'il eût été moins pesant, dans le premier, de 160 grains, et dans le second, de 400 grains; et ces quantités peuvent être regardées comme les parties du poids employé à vaincre la résistance de chaque fil.

546. La résistance des fils de suspension étant connue par ce moyen, nous avons fait osciller des globes de différents diametres, et de densités variées; et nous avons reconnu que quand, à même longueur de pendule, on fait les poids des globes, non-compris la résistance due aux fils de suspension, proportionnels au quarré de leurs diametres, ou à la surface de leurs grands cercles, ils perdent la même quantité de mouvement dans le même temps, ou en nombre égal d'oscillations. Nous avons vérifié ce résultat de différentes manières et en employant des globes dont les diametres de 2 pouces et de 9 pouces, donnaient le rapport de 1 à plus de 20, pour celui de leurs grands cercles et de leurs résistances.

On peut remarquer, à ce sujet, que l'action du fluide entraîné ne peut pas, dans ce cas, troubler

le rapport des résistances, parce que cette action étant proportionnelle aux quarrés des diametres des globes ou à leurs surfaces, est en même temps proportionnelle et à leurs poids, et à leurs résistances ; ce qui fait qu'elle a un effet proportionnel dans tous les cas.

547. Il ne reste donc plus aucun doute sur la conformité du mouvement et de la résistance dans l'air et dans l'eau. Dans l'un et dans l'autre de ces fluides, la résistance qu'essuient des surfaces ou des corps semblables, mus avec des vîtesses communes, est proportionnelle au quarré des vîtesses et aux surfaces; et, quoiqu'il semble que quelques expériences de M. le chevalier de Borda, faites sur des surfaces mues dans l'air, au moyen d'un moulinet, portent à conclure que, dans cet élément, les résistances croissent en un peu plus grande raison que les surfaces, il faut attribuer cet effet à la maniere dont ces surfaces choquaient l'air par un mouvement circulaire, et étant attachées à des bras de leviers égaux. Il est plus que vraisemblable que cet accadémicien aurait retrouvé la loi des surfaces exactement suivie, s'il eût proportionné la longueur des bras du moulinet au côté des surfaces quarrées qui devaient se mouvoir, ou que, s'il eût fait mouvoir dans l'eau des surfaces fixées au même moulinet qu'il a employé dans l'air, il aurait trouvé que les résistances de ces surfaces auraient augmenté aussi en plus grand rapport que leur étendue. Nous avons déja averti qu'il faut être en garde contre les mouvements circulaires et continus, sur-tout quand

on veut déterminer l'intensité de la résistance, ou fixer les rapports de celles des surfaces qui different considérablement en grandeur. Il nous reste à examiner quelle est la relation entre les résistances que les corps essuient, quand ils se meuvent dans des fluides de densités différentes.

CHAPITRE III.

Comparaison des résistances de l'air et de l'eau; rapport des densités de ces deux fluides.

548. D'APRÈS ce que nous avons dit jusqu'ici, et les expériences dont nous avons rendu compte, il n'est pas difficile de fixer le rapport des résistances qu'un même corps doit essuyer quand il se meut successivement dans l'eau et dans l'air; il est clair que ces résistances sont proportionnelles aux densités de ces deux fluides. Mais en quel rapport sont les densités de l'eau et de l'air? Il n'y a rien de constant dans la densité du dernier, qui est sans cesse condensé ou dilaté par les variations du chaud et du froid, et par la nature des exhalaisons et des vapeurs qui montent de la terre. Celle de l'eau est beaucoup plus constante, quoiqu'elle participe un peu aux vicissitudes de la température : cependant on estime assez communément le rapport moyen, comme 1 est à 850.

Nous proposerons ici deux méthodes pour dé-

terminer ce rapport : la premiere est de faire osciller dans l'eau et dans l'air deux globes de même diametre, et de densités telles qu'ils perdent en un même nombre d'oscillations la même quantité de mouvement. Nous l'avons essayé avec un globe de plomb bien sphérique de 35 lig. de diametre, qui pesait dans l'air 5 livres 13 onces et 4 gros, et dans l'eau 5 livres 5 onces et 45 grains, ou 49005 grains. Nous le fîmes d'abord osciller dans de l'eau de riviere, à la température de 4 $\frac{1}{2}$ degrés du thermometre. Il faisait 96 oscillations en 205 demi-secondes ; et, à partir d'un arc de 12 pouces à gauche de la verticale, il perdait en 8 oscillations une partie de son mouvement ; en sorte que l'arc était réduit à 3 pouces 11 $\frac{1}{2}$ lignes.

Ayant échauffé l'eau jusqu'à 12 degrés, le même globe oscilla dans le même temps, du moins sensiblement, et perdit une partie de son mouvement en 8 oscillations, depuis l'arc de 12 pouces jusqu'à un arc de 4 pouces $\frac{1}{2}$ ligne.

L'eau ayant été chauffée jusqu'à 27 degrés de chaleur, le globe oscilla dans le même temps, et perdit son mouvement de 12 pouces à 4 pouces 8 lignes.

Enfin, en le faisant osciller dans la même eau à 31 degrés de chaleur, il perdit dans le même temps son mouvement de 12 pouces à 4 pouces 9 lignes.

Nous fîmes ensuite osciller dans l'air un globe de papier, bien sphérique et de même diametre,

dont nous pouvions faire varier la densité, en y introduisant du coton autant qu'il était nécessaire pour lui faire perdre la même quantité de mouvement qu'au globe de plomb, dans le même temps et à la même température : mais nous trouvâmes que les poids des globes dans les deux fluides donnaient un rapport trop petit. Nous examinâmes donc les expériences sur le globe de plomb, par le moyen de la formule $P = \frac{p}{n}\left(\frac{a}{l} - 1\right)$, qui se déduit de celles des §§. 498 et 504, et nous vîmes qu'on en conclut la densité de l'eau trop petite, puisque le pied cube ne peserait qu'environ 63 livres. Ainsi nous fûmes fondés à conclure que ce globe oscillait d'une maniere qui rendait ses temps trop petits. Nous n'avons pu attribuer ce défaut qu'à ce que le fil qui le supportait étant nécessairement un peu gros, sa roideur lui faisait faire ressort, et produisait un effet semblable à celui d'une augmentation de gravité, tandis que cet effet avait moins lieu dans le mouvement du globe de papier qui était beaucoup plus léger. Il aurait fallu, pour éviter cet inconvénient, attacher le fil de suspension à un anneau poli qui aurait porté sur un appui en tiers-point. Nous aurions sans doute alors trouvé un résultat plus exact.

549. La seconde méthode consiste a faire osciller dans l'air seulement un globe très-léger, dont on observe la longueur de pendule, son poids dans l'air, et le temps des oscillations. La même

formule que nous venons de citer (dans laquelle on peut faire $n = 1,585$, à cause de la petitesse des oscillations), donnera la valeur de P, c'est-à-dire le poids du volume d'air égal à celui du globe; et si on compare ce poids à celui d'un volume égal d'eau, on aura le rapport des densités : nous avons trouvé par ce moyen qu'il varie à différentes températures. Nous ne donnons point le détail de ces expériences, parce qu'on trouvera dans la IVe partie de cet ouvrage tout ce qu'on peut desirer sur la densité de l'air : on y verra que, quand le barometre marque 29 pouces, et le thermometre 30 degrés au-dessous du point de la glace, la densité de l'air est représentée par $\frac{1}{677}$ de celle de l'eau, tandis qu'à 26 pouces 9 lignes de hauteur du barometre, et à 30 degrés au-dessus du point de la glace, la densité de l'air est représentée par $\frac{1}{913}$ de celle de l'eau. En sorte que, dans le premier cas, une toise cube d'air pèse plus de 24 livres, et dans le second, $16\frac{1}{2}$ liv. seulement.

550. Le docteur Désaguilliers, aidé de Newton, entreprit, au mois de juillet 1719, quelques expériences sur la chûte des globes dans l'air : elles sont rapportées dans les Principes Mathématiques, liv. II, prop. 40. Il donna la forme sphérique à des vessies en les soufflant dans un moule, et les fit tomber du plus haut de l'église de Saint-Paul de Londres, en mesurant exactement le temps que ces corps employaient à parcourir 272 pieds anglais de hauteur. Nous avons calculé, pour

chaque expérience, la valeur de $m+q$, en observant de comprendre dans la masse en mouvement, le poids du fluide entraîné par les spheres, et prenant pour la densité de l'air $\frac{1}{860}$ de celle de l'eau, comme Newton l'a supposée. Les données en mesures anglaises, et les résultats, sont présentés dans le tableau suivant, calculés de la même maniere que nous l'avons déja fait pour la chûte des globes dans l'eau.

	Poids des globes dans l'air.	Diamètre des globes.	Temps de la chûte.	Vitesses finales.	Valeurs de $m+q$.
	gra.	po.	″	pi.	
1.	128	5,28	19	14,6	0,4971
2.	156	5,19	17	16,4	0,4976
3.	$137\frac{1}{2}$	5,30	$18\frac{1}{2}$	15,0	0,5014
4.	$97\frac{1}{2}$	5,26	22	12,6	0,5160
5.	$99\frac{1}{8}$	5,00	$21\frac{1}{8}$	13,1	0,5344

551. Newton, qui mesurait lui-même le diametre des vessies, fait observer que celle de la cinquieme expérience étant ridée, son mouvement devait être altéré, et la résistance augmentée. Enfin il paraît douter de l'exactitude de cette expérience : nous pouvons donc la négliger, et prendre une réduite sur les quatre premieres. Il en résulte qu'à une vîtesse de 12 à 13 pieds de roi la valeur de $m+q$ pour la sphere mue dans l'air, est égale à 0,5, comme nous l'avons trouvée dans l'eau pour des vîtesses de 3 à 4 pieds. Il suit encore de là, que dans l'air et dans l'eau, quand les vîtesses sont telles que les pressions se trouvent dans les limites de leur variation, et tout

étant égal d'ailleurs, les résistances sont exactement proportionnelles aux densités, puisqu'il y a égalité de volume entre les colonnes fluides dont les poids expriment les résistances, et que ces poids ne different que par les densités des fluides. On sent bien que des globes de tout autre diametre auraient donné le même résultat. Ainsi, les valeurs de $m+q$ étant constantes pour toutes les spheres dans ces petites vîtesses, on voit encore que les résistances sont proportionnelles aux surfaces.

552. La chûte des corps dans des milieux résistants, présente peut-être le moyen le plus simple de déterminer le rapport des résistances, pour toutes sortes de figures et à toutes vîtesses. Pour s'assurer dans l'eau du dernier instant de la chûte, il suffirait d'attacher au mobile un fil qui se déroulerait sur un moulinet très-léger placé à la superficie de l'eau. On aurait encore à cet égard plus de facilité dans l'air; et il ne faudrait ni une très-grande surface, ni une hauteur très-considérable pour rendre les temps des chûtes un peu longs, et propres à être observés sans erreur sensible. Pour donner un exemple des effets de ce mouvement, et de la maniere de le calculer, nous appliquerons nos principes à la résistance qu'éprouve dans l'air une surface plane et mince, qui se meut directement dans une verticale par l'effet d'un poids.

On demande quelle étendue doit avoir une surface mince et légere, propre à modérer la

chûte d'un homme qui tomberait dans l'air, d'une grande hauteur, pour qu'il ne soit pas blessé par la commotion qui termine la chûte.

553. Si on a recours aux formules que nous avons déja données (315 et 328) pour les mouvements variés, on verra que, nommant p le poids que conserve le mobile dans le fluide; P la masse en mouvement, y compris le fluide entraîné; e l'espace parcouru dans le temps t; V la vîtesse à chaque instant; D la densité du fluide; S la surface choquée; et N le nombre dont le logarithme hyperbolique est égal à $\frac{t}{P}\sqrt{2gp\text{SD}(m+q)}$, on a les deux équations $V=\sqrt{\frac{2gp}{\text{SD}(m+q)}}\left(\frac{N-1}{N+1}\right)$, et $e=\frac{2P}{\text{SD}(m+q)}\times\text{Log.}\frac{N+1}{2\sqrt{N}}$. Pour déterminer la valeur des différentes données, nous prendrons le pied et la livre pour unité de mesure, et supposant la densité de l'air $\frac{1}{850}$ de celle de l'eau, $D=\frac{7}{85}$ de livre, $m+q$ est égal à 1,43 pour une surface mue dans l'eau avec une vîtesse modérée. Or les résistances diminuant dans l'air suivant le rapport des densités, nous pouvons encore lui conserver la même valeur. Nous supposerons le poids d'un homme de 150 livres, et celui de la machine de 30; ainsi on aura $p=180$ livres. Quant à la vîtesse, nous observerons qu'un homme peut tomber sur ses pieds, sans se blesser, d'une hauteur de 6 pieds; et que, dans ce cas, il reçoit la commotion avec une vîtesse capable de lui faire parcourir environ 19 pieds par se-

conde : c'est à ce terme que nous fixerons la plus grande vîtesse qu'il puisse acquérir dans l'air. Ainsi, au bout d'un temps assez long, pour pouvoir considérer le facteur $\frac{N-1}{N+1}$ comme égal à l'unité, on aura $S=\frac{2gp}{DV^2(m+q)}$; ou, d'après les données précédentes, $S=255{,}45$ pi. : de sorte que si cette surface était circulaire, elle aurait 18 pieds de diametre.

Pour déterminer les espaces parcourus dans l'origine du mouvement, il faut fixer la valeur de P, composée de la masse en mouvement, qui est de 180 livres, en négligeant le poids du fluide déplacé, et de la masse du fluide entraîné, qu'il est facile de connaître (511), d'après l'étendue de la surface choquée. En effet cette surface élevée à la puissance $\frac{3}{2}$, et multipliée par 0,705, donne 2873,58 pieds cubes d'air entraîné, qui pesent 236,6 liv. : ainsi $P=180 + 236{,}6 = 416{,}6$ liv. D'après cela on trouve, par la seconde équation, que l'espace parcouru au bout de la premiere seconde, est de 6,06 pi.; au bout de la deuxieme, 20,5 pi.; de la troisieme, 38,2 pi.; de la quatrième, 56,9 pi.; de la cinquieme, 75,8 pi.; et 19 pieds de plus pour chaque seconde au-delà : car, après la cinquieme seconde, la vîtesse acquise n'en differe que d'environ $\frac{1}{180}$, et seulement de $\frac{1}{1800}$ après la sixieme. Ainsi il ne faut que 4 à 5 secondes de temps,

et un espace d'environ 60 pieds, pour rendre le mouvement sensiblement uniforme. Si cependant la chûte se faisait d'une hauteur considérable, il faudrait, dans la détermination du temps, avoir égard à la moindre densité de l'air supérieur; mais la vitesse finale resterait la même.

554. Cet exemple s'appliquerait naturellement à l'effort du vent contre les voiles d'un vaisseau, si l'impulsion qu'elles reçoivent était toujours directe : mais la résistance oblique est soumise à des lois que l'expérience seule peut indiquer.

Suivant la théorie ordinaire, un prisme dont ABC est la base, recevant sur ses deux faces égales AB, AC, une impulsion perpendiculaire à BC, éprouve un effort double de celui qui aurait lieu, dans le même sens, contre chacune de ses deux faces, supposées isolées et conservant la même obliquité. Mais il n'en peut pas être de même dans la réalité : car, pour que la surface isolée AC éprouvât la même résistance qu'elle éprouve étant jointe à celle AB, il faudrait que la déviation antérieure des filets se fît de la même maniere, et que la proue formée en avant de AC fût justement la moitié de celle du prisme entier : or il est évident que cela ne peut pas être. La déviation en avant de la surface simple AC doit commencer entre AD et C; et l'inégalité de pression sur toute la surface suit un ordre tout différent que dans le premier cas : car alors les pressions diminuaient de A en C; au lieu que, quand la surface est isolée, il doit Fig. 42.

se trouver un point intermédiaire, plus près de A que de C, auquel répond la plus grande pression, et vraisemblablement le centre d'impulsion. De ce point, les pressions diminuent vers les extrémités, mais beaucoup plus vers la partie postérieure C, qui offre au fluide plus de facilité pour s'échapper : en sorte que le centre d'impulsion autour duquel la surface tend à tourner, est beaucoup plus près de A. La non-pression doit aussi se faire sentir avec plus d'énergie derriere cette partie, et former une poupe fluide aussi irrégulière que l'est la proue. Il n'est donc pas probable qu'avec de si grandes différences dans le mouvement du fluide les résultats, quant à la résistance, puissent être les mêmes. Il y a même lieu de croire que la somme des résistances des deux surfaces obliques isolées serait plus grande que celle des surfaces réunies angulairement.

555. Le moyen le plus simple de s'en assurer serait d'employer des instruments semblables à nos boîtes de fer-blanc, en les présentant sous diverses inclinaisons au choc de l'eau, et en examinant les pressions et les non-pressions qui auraient lieu sur différents points, ainsi que la moyenne sur toute la surface.

On parviendrait peut-être à en déduire une loi relative à quelque fonction des sinus des angles d'incidence ; mais il ne faudrait pas se contenter d'éprouver une seule surface ; il faudrait en assembler plusieurs, assez distantes entre elles pour ne pas faire l'effet d'une seule surface, ni de plu-

sieurs surfaces isolées : car les voiles d'un vaisseau sont à-peu-près dans ce cas ; et il résulte de leur disposition ordinaire deux effets importants et contraires. Quand deux voiles sont situées dans le même plan, avec un certain intervalle entre elles, insuffisant pour donner passage à tout le fluide dévié qui y répond, l'impulsion totale est plus forte que si ces deux voiles étaient parfaitement isolées ou totalement réunies. Entre ces deux extrêmes, il doit y avoir une mesure d'intervalle qui réponde au plus grand effet, et qui est relatif à la grandeur des surfaces. Quand au contraire les voiles sont dans des plans différents, et tellement disposées que l'une couvre en partie l'autre de l'action du vent, l'effort total est moindre que la somme des impulsions sur chaque voile isolée.

Une autre considération qui résulte de nos expériences, est qu'une surface faiblement courbée éprouve un peu plus d'impulsion que si elle était parfaitement plane. Nous avons vu que (455) la pression antérieure est augmentée quand le fluide choquant peut pénétrer au-delà du plan idéal formé par les bords de la surface, comme cela arrivait à l'entonnoir ; et on sent bien que la pression vers les bords doit être augmentée par le moins de facilité que le fluide a pour s'échapper. Ainsi il y a un point où une voile un peu courbée, ou enflée par l'effort du vent, communique au vaisseau un effort un peu plus grand, ou du moins égal à celui qu'elle recevrait, si,

par une extrême tension, elle devenait plane et plus étendue.

556. Nous ne faisons qu'indiquer ces différentes recherches, si importantes pour perfectionner la science de la marine. Les épreuves pourraient se faire sur l'eau avec beaucoup de facilité, et s'appliquer ensuite directement à l'air et à l'effet du vent sur les voiles : car tous les calculs qu'on pourrait faire à cet égard, d'après la théorie ordinaire, seront toujours défectueux. Ce n'est qu'après avoir acquis de nouvelles données, puisées dans les nouvelles vues sur la résistance des fluides, qu'on pourra, avec quelque succès, combiner de la maniere la plus avantageuse, l'égalité qu'il doit y avoir entre l'effort du vent sur les voiles, et la résistance que l'eau oppose au mouvement du vaisseau.

CHAPITRE IV.

Des variations dans l'intensité de la résistance des fluides, et principalement de l'air, depuis les mouvements lents jusqu'aux plus rapides.

557. Jusqu'ici nous n'avons considéré la résistance des fluides que pour des mouvements modérés, compris entre certaines limites : mais nous avons remarqué (chap. V, sect. I.) que les non-pressions variaient par une cause con-

stante, et les pressions dans les petites vîtesses seulement. Or, il suffit de donner de l'extension à ces faits pour rendre raison, de la maniere la plus satisfaisante, des variations que différents auteurs ont trouvées dans la résistance que l'air oppose au mouvement des corps, suivant qu'il est plus ou moins rapide.

558. Le rapport des hauteurs dues à la pression et à la vîtesse, qui se trouve constant pour des vîtesses d'environ 3 pieds et au-delà dans l'eau, commence alors à augmenter pour des mouvements plus lents, ce qui rend la pression un peu plus forte à proportion, à mesure que la vîtesse diminue. Cet effet, dû en partie à la viscosité de l'eau, est aussi relatif à une autre cause que nous n'avons pas encore assez développée. Les molécules dirigées vers un corps choqué se dévient d'autant plus, que le fluide ambiant offre moins de résistance, et c'est ce qui a lieu dans les mouvements lents : alors la déviation commence plus près de la surface choquée, et la pression en est augmentée. Par la même cause, les filets qui entourent le corps perdent une plus grande partie de leur vîtesse de translation, et se rejoignent plus loin derriere le corps, ce qui diminue la non-pression. Si on rapporte cet effet au fluide entraîné, on verra que la poupe fluide étant toujours plus considérable que la proue, la premiere est plus augmentée que la seconde n'est diminuée. C'est ce qui fait qu'indépendamment du mouvement circulaire, nous trouvons que le

fluide entraîné augmente un peu dans les oscillations très-lentes.

559. Quand au contraire la vîtesse générale est très-considérable, le plus ou le moins de résistance du fluide ambiant ne peut influer sensiblement sur la déviation antérieure qui devient constante : elle occasionne seulement une augmentation dans la vîtesse des filets qui entourent le corps, et par conséquent dans la non-pression postérieure. Il résulte de là, que jusqu'à une certaine limite, que nous avons trouvée pour l'eau d'environ 3 pieds, la pression augmentant à proportion, tandis que la non-pression diminue, la résistance totale est sensiblement proportionnelle au quarré de la vîtesse : mais, au-delà de ce terme, la pression reste constamment dans ce rapport, tandis que les non-pressions augmentant davantage, il s'ensuit que les résistances totales augmentent aussi en plus grand rapport que le quarré des vîtesses.

Nous avons déja observé (478) que les non-pressions croissaient de telle maniere, qu'on pouvait les supposer proportionnelles aux logarithmes des rapports entre la vîtesse réelle et une vîtesse constante : ainsi, la non-pression étant connue pour une vîtesse quelconque, on peut la déterminer pour toutes les autres.

560. Tout ceci est également applicable à la résistance de l'air, et doit seulement être relatif à des vîtesses plus considérables, à cause de la plus grande mobilité de cet élément : ainsi, quand

on fait mouvoir un corps dans l'air, il existe une vîtesse pour laquelle la non-pression est nulle. Depuis ce terme, la non-pression augmente, tandis que la pression diminue de moins en moins, jusqu'à un autre terme de vîtesse auquel elle devient constante ; et c'est entre ces deux limites que la résistance totale est sensiblement proportionnelle au quarré des vîtesses. Au-delà, elle augmente continuellement par l'accroissement constant de la non-pression, du moins jusqu'à une certaine limite que nous déterminerons, après avoir examiné comment l'expérience vérifie ce que nous venons d'avancer.

561. Sans nous assujétir à suivre l'ordre de nos recherches, nous indiquerons d'abord la valeur de la résistance, et nous en comparerons les résultats avec ceux des expériences dont nous l'avons tirée. Désignant donc toujours par m et par q les mêmes quantités que nous avons employées pour l'eau (475), nous nommerons de plus v la vîtesse à laquelle la non-pression devient nulle : ainsi q est proportionnel à $L. \frac{V}{v}$, et égal à $\frac{L. \frac{V}{v}}{K}$, en nommant K un nombre constant, que l'expérience même doit indiquer. Celle dont nous nous sommes servis ne sont faites que sur des globes : aussi avons-nous assujéti la formule à cette espece de corps. Mais comme on connaît le rapport de la résistance de la sphere à celle de la surface plane et directe de son grand cercle, et le rapport de celle-ci aux différents corps prismatiques,

on peut de même la conclure pour tous ces corps.

Les valeurs de m et de q étant 1 et 0,43 pour une surface mince mue dans l'eau, avec une vîtesse de 3 pieds par seconde, et celle de $m+q$ étant égale à 0,5 pour une sphere, on peut conclure que la pression et la non-pression étant dans le même rapport que pour la surface mince, on a $m=0,35$ et $q=0,15$ pour la sphere. Or il paraît qu'on ne peut avoir $m+q=0,5$ dans l'air, que pour des vîtesses d'environ 23 pieds, et audessous. C'est le terme auquel la pression ne diminue plus sensiblement; et on a toujours audelà $m=0,35$, tandis que la non-pression augmente : à ce point on a $q=0,15$. Mais, comme cette quantité diminue pour de moindres vîtesses, elle paraît devenir nulle à une vîtesse d'environ 10 pieds : de sorte qu'on a $v=10$ pieds. Mais le logarithme de $\frac{23}{10}$, pris dans les tables, étant à-peu-près 0,36, si on le divise par 0,15, on a pour quotient $K=2,4$: ainsi $m+q$ étant sensiblement égal à 0,5 pour des globes mus dans l'air, avec des vîtesses de 23 pieds au plus, devient égal à $0,35+\frac{L.\frac{V}{10}}{2,4}$, pour des vîtesses plus considérables, du moins jusqu'au terme auquel la non-pression ne peut plus augmenter. On sent bien que, si on prenait le pouce pour unité dans cette formule, il faudrait diviser la vîtesse réelle par 120 pouces, au lieu de 10 pieds.

562. Les expériences sur la résistance de l'air ne sont pas en grand nombre; c'est ce qui nous

oblige d'emprunter des Anglais toutes les comparaisons que nous pouvons faire à cet égard. On a vu, dans le chapitre précédent, les expériences du docteur Desaguilliers, pour des vîtesses de 12 à 15 pieds. Ce n'était en quelque sorte qu'une répétition de celles que Newton avait entreprises quelques années auparavant, dans le même local, en faisant tomber des globes de verre de la hauteur de 220 pieds anglais. Nous avons calculé celles-ci de la même maniere que les autres, comme on le voit dans le tableau suivant. Les vîtesses finales, qui sont sensiblement celles avec lesquelles le corps parcourt presque toute la hauteur, sont exprimées en pieds-de-roi, pour les rendre comparables à notre formule, parce qu'étant toutes au-delà de 23 pieds, elles occasionnent une augmentation de non-pression, qui n'est pas compensée par la pression qui reste alors constante.

	Poids des globes dans l'air.	Diametre des globes.	Temps de la chûte.	Vîtesses finales.	Valeurs de $m+q$.
	grn.	po.	″	pi.	
1.	510	5,1	8,2	27,4	0,5334
2.	642	5,2	7,7	29,5	0,5543
3.	599	5,1	7,7	29,5	0,5376
4.	515	5,0	7,95	28,4	0,5192
5.	483	5,0	8,2	27,4	0,5243
6.	641	5,2	7,7	29,5	0,5534

*363. Ces expériences indiquent clairement une augmentation de résistance. Nous avons remarqué dans la quatrieme une erreur assez sensible

pour pouvoir la rejeter. En effet, si on compare la premiere à la troisieme, on voit qu'une augmentation de 89 grains dans le poids du globe fait diminuer le temps d'une demi-seconde; et, si on compare la cinquieme à la quatrieme, où les diametres sont aussi égaux, on verra, par la formule du mouvement varié, que la différence de 32 grains ne peut pas diminuer le temps d'un quart de seconde. Ainsi, dans la quatrieme, il devait être d'un peu plus de 8 secondes; ce qui donnerait une vîtesse moindre, et une plus grande valeur à $m+q$: alors cette expérience suivrait la même loi que les autres. Il paraît d'ailleurs, par le texte même de Newton, que, malgré toute la précaution qu'il a tâché de mettre dans les résultats, il ne pouvait répondre du temps qu'à $\frac{1}{10}$ de seconde près tout au moins.

Si on prend une réduite entre la premiere et la cinquieme expériences, on aura, pour une vîtesse de $\overset{\text{pi.}}{27,4}$, $m+q=0,529$. La réduite entre les 2e, 3e et 6e, donne, pour une vîtesse de $\overset{\text{pi.}}{29,5}$, $m+q=0,546$. Ces mêmes valeurs, cherchées par la formule $m+q=0,35+\frac{\text{L.}\frac{V}{10}}{2,4}$, sont de 0,532 et 0,546.

564. Nous ne connaissons d'autres expériences un peu suivies sur la résistance de l'air, dans les mouvements rapides, que celles qui ont été faites en Angleterre par M. Robins, et qui sont rapportées dans un ouvrage qui a paru depuis peu

en français (1), avec des remarques très-importantes de M. Euler. On peut, à cet égard, consulter le chap. II, prop. 2e, et la premiere remarque qui suit. M. Robins, ayant une méthode pour estimer la vîtesse d'une balle qui sort d'un canon, tira trois balles de $\frac{3}{4}$ de pouce anglais de diametre, et du poids de $\frac{1}{12}$ de livre (2), *avoir du poids*, au-dessus d'une eau dormante, de maniere à pouvoir observer le point de leur chûte dans l'eau, et le temps employé à faire ce trajet depuis la sortie du canon. La vîtesse initiale de chacune de ces balles était de 400 pieds anglais par seconde, et on a pu les considérer comme se mouvant en ligne droite. La premiere balle a parcouru 939 pieds en 4″ $\frac{1}{4}$ la seconde, 957 pieds en 4″; et la troisieme, 1119 pieds en 5″ $\frac{1}{2}$. Avec des temps aussi courts, et quelque incertitude sur la vîtesse initiale, on ne doit pas s'attendre à une grande précision. Aussi, d'après les calculs de M. Robins, et encore mieux de M. Euler, il résulte que, dans ces trois cas, on avait $m + q = 0{,}940$ pour la premiere balle, avec une vîtesse d'environ 220 pieds; $m + q = 0{,}802$ pour la seconde, avec une vîtesse de 239 pieds; et

---

(1) Nouveaux Principes d'Artillerie de M. Benjamin Robins, commentés par M. Léonard Euler; traduits de l'allemand, avec des notes, par M. Lombard, professeur royal aux Écoles d'Artillerie à Auxonne, 1783.

(2) Cette livre, qui se divise en 16 onces, vaut 14 onces et 241 grains poids de troy, ou 14 onces 6 gros et 42 grains poids de marc, suivant les mesures de M. du Tillet.

pour la troisieme, $m+q=1{,}005$, avec une vîtesse de 203 pieds : la densité de l'air étant supposée $\frac{1}{850}$ de celle de l'eau.

Ces expériences suivent précisément le contraire de l'ordre naturel, et les résistances décroissent quand les vîtesses augmentent; néanmoins, en compensant les erreurs par une réduite, on peut conclure que, pour une vîtesse de 208 pieds-de-roi, la résistance qu'une sphere éprouve dans l'air est telle, qu'on a à-peu-près $m+q=0{,}916$; et, suivant la formule, elle devrait être de 0,899.

Le moyen que M. Robins a imaginé pour estimer les vîtesses initiales des boulets, et leur dégradation à différentes distances de la piece, est très-ingénieux, quoique sujet en général à bien des erreurs : il consiste à recevoir l'impulsion d'un boulet, ou plutôt d'une balle (car ses expériences sont faites en petit) contre un pendule de fer recouvert en bois, et à mesurer, par le moyen d'un ruban fixé au pendule, la corde de l'arc que cette impulsion lui fait décrire. Connaissant l'écartement du pendule, ainsi que son poids et ses dimensions, l'auteur en déduit la vîtesse de percussion, par une méthode assez simple, mais qui devient compliquée quand on a égard, comme le fait M. Euler, à toutes les circonstances dont l'effet peut se rendre sensible. La différence des deux résultats n'est cependant pas considérable; et on peut la négliger, surtout pour des expériences peu susceptibles d'une

grande précision. C'est ainsi que M. Robins s'est assuré qu'une balle qui avait en partant 1670 pieds de vîtesse horizontalement, n'en avait plus que 1550 après avoir parcouru 50 pieds, et seulement 1425 après un espace parcouru de 100 pieds. On voit, par une troisieme expérience, qu'une balle, ayant 1690 pieds de vîtesse initiale, n'en avait plus que 1300, après avoir parcouru 175 pieds.

565. D'après ces données, et supposant les résistances comme le quarré des vîtesses, il est aisé de conclure, par des méthodes connues, l'intensité de la résistance, ou les valeurs de $m+q$. En suivant les calculs de M. Euler, nous les avons trouvées, pour ces trois expériences, de 1,17, 1,24, et 1,295 : mais, les résistances n'étant pas ici dans ce rapport, ces valeurs ne conviennent ni aux vîtesses initiales, ni aux vîtesses finales, et sont plutôt relatives à des moyennes entre les extrêmes; c'est-à-dire à des vîtesses de 1610, 1547 et 1495 pieds anglais, ou de 1510, 1450 et 1402 pieds-de-roi. Les résultats sont encore en raison inverse de la loi observée jusqu'à-présent; mais cette irrégularité n'est qu'apparente, et elle confirme singulièrement nos idées sur la variation de la résistance dans les grandes vîtesses : variation qui ne peut provenir que de la non-pression; et c'est ce que nous allons développer plus particulièrement, avant de comparer ces résultats avec ceux de notre théorie.

566. L'effort que l'air exerce en tout sens sur

un corps en repos, une sphere, par exemple, peut être évalué constamment, sauf les variations de l'atmosphere, égal au poids d'une colonne d'eau, qui aurait pour base le grand cercle de la sphere, et 32 pieds de hauteur; ou bien, en supposant la densité de l'air $\frac{1}{850}$ de celle de l'eau, au poids d'une colonne d'air de même base, et de 27200 pieds de hauteur. Lorsque le corps vient à se mouvoir, la non-pression diminue cet effort de plus en plus à la partie postérieure, à mesure que la vîtesse du mobile augmente: alors l'air contenu dans la poupe fluide est entraîné par le fluide ambiant; ce qui fait diminuer sa densité et son effort sur la partie postérieure du corps, jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre sa pression et celle du fluide ambiant, qui est diminuée par sa vîtesse. La différence entre l'effort naturel que l'air exercerait sur le corps s'il était en repos, et celui qu'il exerce réellement, forme cette augmentation de résistance que nous avons désignée sous le nom de non-pression. Or, quand l'effet de la non-pression est parvenu, par un certain degré de vîtesse, à égaler l'effort naturel de l'air, la poupe doit être entièrement vide, et le défaut de pression est parvenu à son plus haut degré: alors, quelque augmentation que puisse recevoir la vîtesse du mobile, la non-pression reste constante, et la résistance totale est composée de la pression antérieure, toujours représentée par 0,35 fois la hauteur due à la vîtesse du mobile, et de tout l'effort dont

l'air est capable, qui est représentée par la hauteur constante de 27200 pieds.

567. La non-pression n'étant pas la même pour des corps différents, la vîtesse à laquelle la poupe devient vide dépend de leur figure; et, pour produire cet effet avec des spheres, il faut une vîtesse de 1359 pieds. En effet, si on calcule par la formule la valeur de q pour cette vîtesse, on la trouvera de 0,8887; c'est-à-dire que l'effort de la non-pression est représenté par 0,8887 fois la hauteur due à la vîtesse de 1359 pieds, ou par la hauteur de 27200 pieds, et qu'il est par conséquent égal au plus grand effort de l'air dans son état naturel. C'est à cette limite que la formule n'indique plus la valeur de la non-pression, parce que celle-ci devient constante. Néanmoins, pour exprimer depuis ce terme la valeur de q, ou le rapport entre les hauteurs dues à la non-pression et à la vîtesse, soient h la hauteur due à l'effort de l'air, ou 27200 pieds, H celle qui est due à la vîtesse réelle, v et V les vîtesses relatives à ces hauteurs; la hauteur h qui exprime celle de la non-pression peut être aussi représentée par $\frac{hH}{H}$, ou par q H, si on fait $q = \frac{h}{H} = \frac{v^2}{V^2}$: mais la vîtesse due à la hauteur de 27000 pieds, étant de 1281 pieds, on aura en général $m + q = 0{,}35 + \left(\frac{1281}{V}\right)^2$; et telle est, pour ces grandes vîtesses, la quantité par laquelle il faut multiplier la hauteur due à la vîtesse réelle, pour avoir celle de la colonne fluide dont le poids exprime la résistance totale.

568. Si on applique ceci aux trois dernieres expériences de M. Robins, on trouvera pour les trois vîtesses de 1510, 1450 et 1402 pieds, $m+q=1{,}07$; 1,13 et 1,185; résultats qui suivent le même ordre que ceux de l'expérience, mais qui sont tous plus faibles d'un douzieme, ce qui n'est pas étonnant. En effet, outre les erreurs qui ont pu se glisser dans ces expériences, il est probable, comme le remarque très-bien le traducteur, que des balles de plomb, chassées d'un canon avec une telle force, doivent s'allonger un peu, et acquérir par-là un mouvement de rotation qui ne peut qu'augmenter la résistance.

Puisque la valeur de q diminue pour les vîtesses qui excedent 1359 pieds, il s'ensuit que c'est à ce terme que la résistance qu'éprouve une sphere est la plus forte possible, à proportion du quarré de la vîtesse : alors $m+q=1{,}387$, et la hauteur due à la résistance est presque les $\frac{5}{4}$ de celle qui est due à la vîtesse. Pour une vîtesse de 2000 pieds, $m+q=0{,}76$; pour 2500 pieds, 0,6087; pour 3000 pieds, 0,53; et enfin, pour une vîtesse de 3300 pieds, $m+q=0{,}5$, comme dans les mouvements lents. Au-delà de ce terme, cette valeur diminuerait encore, sans jamais se réduire à 0,35 que pour des vîtesses infinies.

569. La non-pression pour une surface mince ou pour des prismes peu allongés étant plus considérable que derriere la sphere, doit devenir constante à une moindre vîtesse : par exemple, cette limite pour la surface mince répond à une

vîtesse de 845 pieds. En effet la valeur de q pour la sphere serait de 0,8028; elle devient donc $0,8028 \times 2,86 = 2,2961$ pour la surface mince. Et si on multiplie la hauteur due à cette vitesse par cette valeur de q, on aura une hauteur de non-pression sensiblement égale à celle qui exprime l'effort de l'air contre le corps : alors il se forme une poupe vide derriere la surface plane; et le rapport de sa résistance au quarré de la vîtesse qui est à son maximum, diminue à mesure que celle-ci augmente. La quantité m étant égale à l'unité pour la surface mince, le maximum de $m+q$ est 3,296; cette valeur se réduit à 2,00 pour une vîtesse de 1281 pieds, et à 1,8887 pour celle de 1359 relative à la plus grande résistance de la sphere. A cette derniere vîtesse, le rapport entre les résistances de la surface mince et de la sphere, qui varie depuis la vîtesse de 843 pieds, se trouve à son minimum, et devient :: 1,8887 : 1,2387: ou :: 61 : 40. C'est en suivant la même marche qu'on parviendrait à déterminer la résistance pour les différents corps prismatiques, et pour tous ceux dont on connaît le rapport de résistance avec celle de la sphere.

Ce que nous venons de dire des mouvements rapides dans l'air s'applique également à ceux qu'on pourrait imprimer aux corps entièrement plongés dans l'eau, avec cette différence que la vîtesse à laquelle la poupe devient vide, dépend de l'enfoncement du corps dans l'eau. Cet effet a lieu en général quand la hauteur due à la non-

pression est égale à la profondeur du corps au-dessous du niveau de l'eau, plus la hauteur du même fluide qui représente la pression de l'atmosphere.

570. Nous avons été entraînés à toutes ces conséquences, sans cependant être persuadés que cette théorie sur les mouvements rapides soit assez confirmée par quelques expériences isolées. Nous la proposons avec le doute qui doit accompagner l'explication des effets naturels entrevus; c'est à l'artillerie, pour laquelle ces connaissances sont importantes, à examiner et rectifier nos résultats : mais une donnée, dont il est essentiel de s'assurer d'abord, est la vîtesse initiale des boulets d'un gros calibre. Les recherches de M. Robins à cet égard, et celles qui ont été faites d'après lui à Woolwich (1), par M. Hutton, pourraient peut-être induire en de grandes erreurs, si on concluait du petit au grand. Cette connaissance est cependant indispensable pour profiter des recherches de différents géometres sur les portées des boulets dans l'air, et pour en conclure l'intensité de la résistance.

(1) Voyez la fin de la traduction de l'ouvrage de M. Robins, ou les Transactions Philosophiques, pour l'année 1778.

CHAPITRE V.

Considérations sur quelques objets relatifs à la résistance des fluides : conclusion de cet Ouvrage.

571. Si nous voulions examiner toutes les applications utiles qu'on pourrait faire des principes répandus dans cette derniere partie de notre ouvrage sur la résistance des fluides, il y aurait matiere à faire un nouvel ouvrage aussi étendu que celui-ci; mais il faut convenir que ce serait une entreprise prématurée : car, si l'on juge que nous ayons entièrement détruit l'édifice de l'ancienne théorie qui tombait déja en ruine; on jugera peut-être aussi qu'il n'y a pas encore assez de matériaux pour en construire un nouveau sur des fondements assez fixes. Il est vrai que nous avons substitué quelques vérités bien constatées à des erreurs que leur ancienneté et le nom de leurs auteurs rendaient presque respectables ; et nous avons entrevu des effets généraux liés aux principes naturels fondés sur l'expérience. Mais c'est au temps et au génie observateur à trouver la chaîne des vérités, et à développer toutes leurs applications. Nous allons en examiner ici quelques-unes prises au hasard, pour ainsi dire, parmi toutes celles qui se présentent.

Usage d'un tube recourbé pour mesurer la vîtesse des eaux courantes.

572. Tout le monde sait que c'est à M. Pitot qu'on doit l'ingénieuse invention d'un instrument très-simple propre à mesurer la vîtesse des rivieres à différentes profondeurs. Suivant la description consignée par l'auteur dans les Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1753, cet instrument est composé d'une tringle graduée, formant un prisme triangulaire dont l'arête doit toujours être présentée directement au courant. Sur la face postérieure sont fixés deux tubes de verre paralleles, ouverts par les deux bouts; l'un d'eux est recourbé à son extrémité inférieure qui se présente horizontalement au courant, après avoir traversé la tringle dans sa plus grande épaisseur, et abouti en avant de l'arête antérieure : l'instrument est alors supposé plongé verticalement. L'autre tube, dont l'extrémité est aussi plongée, est droit, et sert à indiquer le niveau général de la superficie du courant. Ainsi l'eau s'élève dans le tube recourbé à proportion de la vîtesse; et la différence des hauteurs où elle se fixe dans les deux tubes, indique, selon M. Pitot, et suivant la théorie ordinaire, la hauteur due à la vîtesse du courant.

573. Mais il est vérifié, par nos expériences, qu'un tel résultat n'est pas exact, et qu'il serait tout au plus dû au hasard. En général, cet instrument ne serait propre qu'à indiquer le rapport

des différentes vîtesses ; et M. Pitot en a très-bien conclu que, dans un courant réglé, elles vont toujours en diminuant de la surface au fond.

Mais il est aisé, d'après nos expériences, de simplifier cet instrument, et de le rendre d'un usage plus général, pour connaître les vîtesses réelles d'une riviere en un lieu quelconque de sa section. On peut substituer au tube de verre un simple tube de fer-blanc assez gros pour y introduire un flotteur qui indiquera l'élévation de l'eau avec plus de précision, que quand on l'observe à travers le verre. Son extrémité inférieure recourbée serait terminée par une surface plane, percée d'un petit orifice au centre ; ce qui diminuerait beaucoup les oscillations de la colonne élevée. Alors, en prenant les $\frac{2}{3}$ de l'élévation de l'eau dans le tube au-dessus du niveau du courant, on aurait plus exactement la hauteur due à la vîtesse du courant, pour la profondeur où serait l'instrument.

574. Si, au lieu de tenir l'instrument immobile dans un courant, on le faisait mouvoir dans l'eau stagnante, les résultats seraient bien différents, et l'élévation de l'eau dans le tube indiquerait sensiblement celle qui est due à la vîtesse, surtout si cette vîtesse excédait 3 ou 4 pieds par seconde, comme nous l'avons prouvé par nos expériences. Ceci s'accorde parfaitement avec celle que rapporte M. Pitot dans le mémoire qu'on vient de citer. Pour faire une application de son instrument à la mesure du sillage des vaisseaux,

il l'adapta à un bateau qui remontait la Seine à la voile, entre Poissy et le confluent de l'Oise; le vent était fort, et donnait irrégulièrement sur le bateau. Aussi les élévations de l'eau furent variables depuis 18 pouces jusqu'à 24; et on peut s'en tenir à-peu-près à une réduite de 21 pouces. Le bateau parcourut 2300 toises en 30 minutes, ce qui donne une vîtesse moyenne de 92 pouces par seconde; mais la vîtesse de la riviere dans le sens contraire, ayant été estimée alors de 30 pouces, la pression était relative à la somme des deux, ou à une vîtesse de 122 pouces, dont la hauteur due est $\overset{po.}{20,5}$.

575. Quoique cette expérience ne puisse pas être très-exacte, elle s'accorde, d'une maniere singuliere, avec nos résultats; et elle nous donnera occasion d'observer quelles doivent être les pressions quand le corps et le fluide se meuvent en sens contraire. Il y a apparence que le deuxieme tube droit ne fut d'aucun usage dans cette expérience, parce qu'avec une aussi grande vîtesse, l'eau s'y serait tenue visiblement au dessous du niveau général : aussi M. Pitot n'en parle pas. N'ayant donc égard qu'à la pression antérieure, sa hauteur doit excéder un peu celle qui est due à la somme des deux vîtesses; et la valeur de m doit être entre 1 et $\frac{3}{2}$, de maniere qu'en nommant H la hauteur due à la vîtesse mobile, h celle qui est relative à la vîtesse du fluide, on ait la proportion suivante, $H+h : H+\frac{3h}{2} :: 1 : m$; d'où

l'on tire en général $m = \frac{H + \frac{3}{2}h}{H + h}$, formule qui est exacte pour toutes les vîtesses, quand le fluide ne communique au-dedans du tube que par un petit orifice percé au centre de la platine qui ferme son extrémité, mais qui ne convient qu'à des vîtesses modérées de 2 à 4 pieds, lorsque le bout inférieur est entièrement ouvert. Ce n'est que pour de petites vîtesses que la hauteur due à la pression sur une surface fluide immobile est sensiblement égale à celle qui a lieu au centre d'une surface solide ou à $\frac{3h}{2}$; au lieu que, pour des mouvements rapides, elle se réduit à la hauteur moyenne de pression sur toute l'étendue de cette derniere, ou à $h \times 1{,}186$, comme on peut s'en convaincre en se rappelant ce que nous avons observé à cet égard d'après l'expérience. Si donc on corrige le premier résultat que nous avons obtenu, on aura, pour l'élévation de l'eau dans le tube, eu égard aux deux mouvements, 21,5 po. en prenant $\frac{3}{2}h$, ou 20,87, en se servant de $h \times 1{,}186$, comme la rapidité du mouvement semble l'exiger.

On peut combiner d'une maniere semblable les hauteurs de non-pression, et calculer ce qu'elles doivent devenir, ainsi que celles de pression, quand le mobile et le fluide se meuvent dans le même sens avec des vîtesses différentes.

De la résistance que les canaux étroits opposent au mouvement des bateaux.

576. Les difficultés croissent avec le nombre des circonstances qui concourent à modifier la résistance, et qui compliquent les résultats. Quand même on connaîtrait, pour tous les cas, la résistance d'un fluide indéfini, on n'en pourrait pas conclure celle qui a lieu dans des canaux étroits, à moins de consulter l'expérience sur les effets relatifs au rétrécissement du lit. L'expérience seule peut montrer le point où un canal se trouve précisément assez large et assez profond pour qu'un corps flottant s'y meuve sensiblement comme dans un fluide indéfini, et apprendre comment augmente sa résistance depuis ce point, jusqu'à ce que sa section égale celle du canal. C'est dans cette vue que les savants académiciens, dont nous avons cité plusieurs fois le travail, firent avec beaucoup de soin, à l'École Militaire, des expériences variées sur le mouvement d'un bateau dans un canal étroit, ouvert par les deux bouts. Ils remarquerent qu'une partie du fluide poussé par le corps, fuyait en avant de lui ; et et une autre s'écoulait en sens contraire entre les parois du canal et du bateau. Ces deux effets sont produits à-la-fois par le remou qui se forme en avant du corps, et qui est d'autant plus considérable, que la section du bateau fait une plus grande partie de celle du canal. Il se regle tou-

jours de maniere que la pente qu'il occasionne à la surface de l'eau antérieure, et la charge qu'il produit sur les côtés et le dessous du corps, puissent faire écouler toute l'eau que le mobile déplace à chaque instant. Ainsi, dans un fluide indéfini, ou dans un canal assez grand pour en faire l'effet, le remou ramene tout le fluide déplacé derriere le corps. Si au contraire le corps a même section que le canal, et qu'il en remplisse toute la capacité, l'eau s'élève en avant jusqu'à ce qu'il y ait assez de pente pour procurer au fluide antérieur une vîtesse moyenne égale à celle du bateau : voilà les deux extrêmes. Dans le dernier cas, il serait très-important de connaître l'élévation du remou, parce qu'elle fixerait la limite de la plus grande résistance.

577. La totalité de l'eau refoulée par l'avant du bateau, n'ayant pas la liberté de repasser à l'arriere, il tend à s'y former un vide, qui cependant n'est jamais complet, parce que l'eau postérieure acquiert, par l'abaissement qui a lieu derriere le corps, une pente plus ou moins considérable, pour s'écouler vers le bateau qu'elle suit. Mais cet abaissement lui-même, combiné avec le remou antérieur, occasionne une augmentation de pression, et par conséquent de résistance.

Ces deux données paraissent croître comme le quarré des vîtesses ; mais elles se combinent avec le rapport de la section du canal à celle du corps,

et avec la pente que doit prendre le bateau, pour suivre à-peu-près celle de l'eau qui s'écoule par les côtés. L'effort qu'il fait pour descendre en sens contraire de son mouvement, et qu'il faut contre-balancer, est ce que nous avons appelé force rétrograde, laquelle n'a pas lieu sensiblement quand le corps se meut dans un fluide indéfini en repos. A ces trois causes de résistance on doit ajouter le frottement de l'eau contre les parois du bateau et du canal, qui augmente d'autant plus le remou que les passages latéraux sont plus étroits.

578. Telles sont les principales circonstances auxquelles il faudrait avoir égard pour résoudre la question avec exactitude; et elles sont très-difficiles à observer. Mais en ne considérant que l'ensemble de tous ces effets, et observant que les vraies variables du problême sont les vîtesses, et le rapport des sections du canal et du corps, nous avons cherché, par la combinaison des expériences faites à l'École Militaire, quelle pourrait être la loi d'approximation qui, sans être très-exacte, pût guider la pratique, et empêcher de tomber dans des erreurs de conséquence. Nous en avons en effet déduit une regle assez exacte, que nous allons comparer avec les expériences, dont nous ne rapporterons que les données indispensables qui constatent la loi observée. On peut du reste avoir recours à l'ouvrage qui contient tous les détails, si on veut approfondir davantage cette matiere.

579. Les résistances qu'éprouve un corps flottant, tant dans un fluide indéfini, que dans des canaux étroits, sont à-peu-près proportionnelles aux quarrés des vîtesses, quoiqu'elles augmentent un peu avec ces dernières : mais, dans les limites ordinaires des vîtesses des bateaux mus dans des canaux étroits, qu'on peut estimer de 15 à 30 pouces par seconde, la résistance suit sensiblement le quarré des vîtesses, et elle ne varie d'ailleurs que par la section du corps et celle du canal. Comme on peut toujours estimer à-peu-près la résistance sur le fluide indéfini, nous la supposons toujours exprimée par l'unité, et nous examinons, comme ont fait les auteurs des expériences, le rapport de cette résistance avec celle qui a lieu dans les canaux étroits, et que nous désignerons par R.

Il semblerait d'abord que la résistance devrait aussi dépendre de la figure de la section du canal et de celle de la section du corps; mais l'expérience montre assez qu'on peut, sans grande erreur, éviter cette complication, et comparer seulement R à $\frac{C}{b}$, en nommant C la section du canal, et b celle du bateau. On sent d'abord que la résistance doit toujours augmenter à mesure que $\frac{C}{b}$ diminue; et nous avons commencé à essayer si on n'aurait pas l'équation $R = \frac{K}{\frac{C}{b}}$, en nommant K un nombre constant donné par l'expérience. Mais

nous n'avons trouvé ce nombre tel qu'en augmentant toujours de deux unités le rapport de $\frac{C}{b}$; alors le produit $R\left(\frac{C}{b}+2\right)$ devient sensiblement constant; et, en prenant une réduite sur plusieurs expériences, on trouve $K=8,46$, ou bien $R=\frac{K}{\frac{C}{b}+2}=\frac{8,46}{\frac{C}{b}+2}$.

580. Pour comparer ce résultat à ceux de l'expérience, nous observerons qu'on a fait mouvoir dans un canal étroit cinq sortes de bateaux prismatiques, de plusieurs pieds de longueur, terminés en avant, et presque tous en arriere, par une surface plane et directe. La partie plongée de ces bateaux, lorsqu'ils étaient en repos, était un rectangle d'un pied de base sur un pied de hauteur, pour le bateau désigné par n° 1, de 2 pieds sur 1 pied pour le n° 2, de 19 pouces 8 lignes sur 12 pouces 5 lignes $\frac{1}{2}$ pour les n°s 4 et 5, qui ne different que par leur longueur. Nous prendrons indifféremment ces deux bateaux l'un pour l'autre, parce qu'il paraît que, dans les canaux étroits, la longueur influe peu sur la résistance, quoique les plus longs en essuient toujours un peu moins que les autres. Quant au bateau n° 6, sa section ressemble assez à la plus grande coupe d'un vaisseau, et nous avons estimé l'étendue de sa partie plongée d'environ 190 pouces quarrés de surface.

Tous ces bateaux avaient été mus précédemment dans un fluide indéfini; de sorte qu'on a pu

comparer les résistances à même vîtesse dans les deux cas, et en déduire la valeur de R. Nous les avons calculées de même par la formule précédente; l'eau contenue dans un canal rectangulaire avait 15 pouces 2 lignes de profondeur sur 28 $\frac{1}{2}$ pouces de largeur pour les quatre premières expériences; dans les quatre autres, la largeur était de 40 pouces. Les sections du canal et du bateau, ou les valeurs de C et de b sont toujours prises avant le mouvement ou sans remou. Les nos des expériences sont relatifs à celles qui ont été faites dans le canal étroit.

Nos des expér.	Numéros des bateaux.	Rapport des sections, ou valeur de $\frac{C}{b}$.	Valeurs de R, suivant l'expér.	Valeurs de R, suivant la formule.
2.	1.	3,00	1,66	1,69
7.	2.	1,50	2,50	2,41
11.	4 et 5.	1,76	2,25	2,25
19.	6.	2,275	1,94	1,97
22.	1.	4,212	1,33	1,36
26.	2.	2,106	2,11	2,05
30.	4 et 5.	2,476	1,90	1,89
33.	6.	3,192	1,62	1,62

581. On voit par cette comparaison que les résultats de la formule sont suffisamment exacts pour les appliquer à la pratique, et que la résistance n'augmente pas très-rapidement à mesure que le canal se rétrécit, parce que son augmentation dépend principalement de la quantité d'eau refoulée en avant. Or ces quantités diffèrent de

moins en moins, quand le bateau est fort étendu en comparaison du canal.

Ainsi, quand les deux sections sont égales, et que toute l'eau est refoulée, on a $\frac{c}{b}=1$; et le remou nécessaire pour produire la pente capable de mouvoir l'eau en avant se regle de telle manière, qu'on a $R=\frac{8,46}{3}=2,82$, ce qui ne répugne point à la septième expérience, et prouve que, dans ce cas, la résistance n'est pas aussi augmentée qu'on pourrait d'abord le croire.

582. En donnant de l'extension à la formule, on voit que, quand $\frac{c}{b}=6,46$, on a $R=1$; c'est-à-dire que la résistance qu'éprouve un corps flottant dans un canal dont la section est environ six fois et demie celle du corps, est la même que s'il était mu dans un fluide indéfini, et que telle est la limite de l'espace dans lequel le mouvement d'un corps flottant se communique au fluide qui l'entoure. Mais cette étendue ne paraît devoir être semblable à la section du corps que quand il est entièrement plongé ; et, dans ce cas, les côtés homologues du corps et du volume fluide dans lequel le mouvement est communiqué, sont $:: \sqrt{6,46} : 1$, ou comme $2\frac{1}{2}$ est à 1 à-peu-près. Quand le corps est flottant, ce rapport ne peut pas avoir lieu exactement, parce que la plus grande partie du fluide s'échappant vers la surface, le mouvement doit s'y faire sentir sur une plus grande étendue que dans toute autre partie. La suite des expériences dont nous nous occu-

pons indique que la largeur du canal ne peut être censée indéfinie que quand elle égale quatre fois et demie celle du corps prismatique. Ainsi un corps se mouvant dans un canal plus large se trouve dans le même cas que s'il était renfermé dans un canal qui n'eût que $4\frac{1}{2}$ fois sa largeur, et l'excédent doit être négligé : c'est ce qu'on peut vérifier par d'autres expériences.

583. Dans les 36e et 39e expériences, les bateaux n° 1 et n° 2 ont été mus dans un canal qui avait 75 pouces de largeur sur $15\frac{1}{2}$ de profondeur; et on a trouvé, pour ces deux corps, $R = 1{,}053$, et $R = 1{,}384$. Le premier, qui n'avait qu'un pied quarré de section, se trouvait dans un fluide comme indéfini en largeur, ou dans le même cas que si le canal n'eût eu que $4\frac{1}{2}$ pieds, ou 54 pouces de largeur; et il n'était retardé que par sa partie inférieure. D'après ces dimensions, on trouve $\frac{C}{b} = 5{,}81$, et $R = 1{,}08$. Pour que ce corps n'eût éprouvé aucune augmentation de résistance, il aurait fallu que la profondeur du canal fût telle, que $\frac{C}{b} = 6{,}46$; ce qui suppose que la distance entre les parois inférieures du corps et du canal eût été environ les $\frac{11}{25}$ de la hauteur du corps, au lieu qu'elle n'en était pas les $\frac{3}{10}$. Quant au bateau n° 2, il se trouvait dans un canal étroit relativement à sa largeur, qui était de 2 pieds; aussi, d'après les dimensions réelles, on trouve $\frac{C}{b} = 4{,}036$, et $R = 1{,}40$.

Dans les 49e et 52e expériences, les bateaux

n° 2 et n° 5 ont été mus dans un canal indéfini en largeur, et qui n'avait que 15 pouces 4 lignes de profondeur; et on a trouvé, pour ces deux cas, les valeurs de R égales à 1,125 et 1,143. En conservant la même profondeur, et réduisant la largeur du canal à $4\frac{1}{2}$ fois celle du corps, on trouve 5,75 et 5,53 pour les valeurs de $\frac{C}{S}$, et 1,09; 1,12 pour celles de R.

Enfin on donna 27 pouces 3 lignes de profondeur au même canal indéfini en largeur, et on y fit mouvoir le bateau n° 2, qui devait s'y trouver parfaitement libre, et donner R = 1 : cependant on trouva, par l'expérience, R = 1,1. Mais les auteurs eux-mêmes ont reconnu que la maniere différente dont on était obligé de mouvoir les bateaux dans le canal ou sur le fluide indéfini, occasionnait dans le premier cas une augmentation de résistance absolument étrangere au rétrécissement du lit; et, quoiqu'ils en aient tenu compte dans chaque expérience, c'était d'une maniere assez indéterminée pour que cette cause, jointe à quelques autres circonstances peu importantes, qui ont été négligées, occasionnât les faibles différences qu'on remarque entre nos résultats et ceux de l'expérience.

584. Les résistances obliques ne paraissent pas suivre dans un canal étroit les mêmes rapports que sur un fluide indéfini; et une proue angulaire, ajoutée à un bateau prismatique, diminue d'autant moins sa résistance, que le canal est plus étroit. En effet, quand le corps en occupe toute

la capacité, la résistance se réduit à refouler le fluide en avant; et, dans ce cas, la forme de la partie antérieure est absolument indifférente à cet effet : c'est aussi ce qui résulte de la suite des mêmes expériences. Soit toujours R la résistance d'une proue plane dans un canal étroit, r celle d'une proue angulaire de même base, et q le rapport qu'il y aurait entre la résistance de ces deux figures dans un fluide indéfini : on doit avoir r moindre que R, et plus grand que $\frac{R}{q}$. Sa valeur doit s'approcher d'autant plus de R, que le canal est plus étroit relativement au bateau, de manière qu'on ait $r=R$, lorsque $C=b$ ou $C-b=0$; et qu'au contraire on ait $r=\frac{R}{q}$, lorsque le fluide est censé indéfini, et que $\frac{C}{b}=6,46$, ou plutôt lorsque l'intervalle entre le canal et le bateau, ou $\frac{C}{b}-1=5,46$. D'après cette idée, il ne s'agit dans tous les cas que de retrancher de R une partie de la différence $R-\frac{R}{q}$, telle qu'on ait la proportion $5,46:\frac{C}{b}-1::R-\frac{R}{q}$: un quatrième terme

$$\frac{\left(R-\frac{R}{q}\right)\cdot\left(\frac{C}{b}-1\right)}{5,46},$$

qui est cette partie à soustraire de R. Ainsi on a, pour l'expression générale de la résistance oblique,

$$r=R-\frac{\left(R-\frac{R}{q}\right)\left(\frac{C}{b}-1\right)}{5,46}:$$

équation qui réunit les conditions prescrites. Consultons actuellement l'expérience.

Le bateau n° 2, garni d'une proue angulaire qui formait un angle d'incidence de 45 degrés, a été mu dans un canal qui avait 28 $\frac{1}{2}$ pouces de largeur sur 15 $\frac{1}{2}$ de profondeur; et on voit, par la 66ᵉ expérience, que sa résistance, ou $r=4{,}42$, celle qu'il avait éprouvée dans le fluide indéfini, étant toujours exprimée par l'unité. Des expériences antérieures avaient donné le rapport de la résistance du bateau sans proue à celle du bateau avec proue, dans un fluide indéfini, ou $q=1{,}86$. Cette quantité, augmentée dans le rapport que donne l'expérience 2ᵉ du tableau précédent, pour avoir la résistance dans le canal, devient $R=1{,}86\times 2{,}50=4{,}65$. Or, si l'addition de la proue rectangulaire eût fait diminuer la résistance dans le même rapport, on aurait eu $r=\frac{R}{q}=2{,}5$; au lieu que pour le lit rétréci dans lequel $\frac{C}{b}=1{,}534$, la formule précédente donne $r=4{,}44$, qui, comme on voit, s'accorde très-bien avec l'expérience.

On trouve un résultat aussi exact, en tirant une valeur moyenne de r des trois expériences 61, 62 et 63, où le bateau n° 1 était mu avec une proue angulaire, dont l'angle d'incidence était de 14° 3′: l'expérience donne $r=3{,}2$, et la formule donne $r=3{,}25$.

585. Ces expériences sont terminées par celles qui furent faites sur un canal fermé par les deux bouts : la résistance du bateau n° 1 fut sensiblement la même que quand il était ouvert; mais celle du bateau n° 2, pour lequel le canal se trou-

vait à proportion plus étroit, était considérablement augmentée. Les effets deviennent alors très-compliqués, sur-tout pour un canal un peu court. Les canaux ordinaires de navigation sont ordinairement partagés en divers bassins par des écluses qui en ferment les extrémités. Quand ces écluses se trouvent distantes d'une ou deux lieues, et que les canaux sont un peu larges, ils peuvent être considérés comme indéfinis en longueur ; et si, en approchant d'une extrémité, les bateaux paraissent devoir éprouver plus de résistance, on voit aussi que le refoulement de l'eau oblige ces bateaux de s'élever, ce qui donne plus de facilité au fluide de s'écouler en arriere.

Quand on a un train de bateaux à conduire, il semble plus avantageux, pour éviter la multiplicité des résistances, de les maintenir à la file et bout à bout, qu'à une certaine distance les uns des autres : mais il peut arriver, quand le canal est étroit et peu profond, que les derniers bateaux manquent d'eau, tandis que les bermes en avant du premier seraient noyées, parce que le frottement considérable de l'eau sur une grande longueur l'empêche de s'écouler assez promptement de l'avant à l'arriere. L'expérience journaliere suffit pour apprendre aux bateliers quelle est la maniere la plus avantageuse dans chaque canal.

586. Pour résumer, dans un seul exemple, toutes les observations qui précèdent, nous calculerons la résistance qu'éprouverait un des bateaux qui

naviguent sur l'Escaut, s'il se mouvait avec 18 pouces de vîtesse dans un canal rectangulaire de 16 pieds de largeur sur 6 pieds de profondeur d'eau. Ces bateaux, sensiblement prismatiques, ont 13 pieds de largeur sur plus de 100 pieds de longueur, et ils tirent $4\frac{1}{2}$ pieds d'eau étant chargés. Leur avant est à-peu-près figuré en demi-sphere, de sorte qu'en prenant une résistance un peu plus forte que celle de la sphere, on peut supposer celle du bateau, telle qu'on ait dans un fluide indéfini $m+q=0,6$; et avec une proue plane et directe, $m+q=1$. Ces quantités étant proportionnelles aux résistances peuvent les représenter. Si on cherche (579) quelle est la résistance de la proue plane ou R pour le canal étroit dans lequel $\frac{C}{b}=1,641$, on trouvera $R=2,324$. Cette quantité étant connue, ainsi que la valeur de $q=\frac{1}{0,6}=\frac{5}{3}$, on aura (584) la véritable résistance oblique du bateau, ou $r=2,215$, qui est environ 3,7 fois plus considérable que dans un fluide indéfini. Son intensité est donc égale au poids d'un volume d'eau qui aurait pour base la plus grande section du bateau, et 2,215 fois la hauteur due à sa vitesse. Ce poids est de $338\frac{1}{4}$ livres : de sorte qu'en évaluant l'effort constant d'un homme à 25 livres, il en faudrait 14 pour faire parcourir à ce bateau 900 toises par heure.

587. Pour que ces bateaux éprouvassent la moindre résistance possible de la part du canal, il faudrait que sa section fût 6,46 fois celle du

bateau. Les rives étant supposées en talus, de maniere que la base soit les $\frac{4}{3}$ de la hauteur, et observant, comme nous l'avons déja dit, de faire la plus grande largeur égale à 4 $\frac{1}{2}$ fois celle du bateau, les dimensions de ce canal seraient de 58 $\frac{1}{2}$ pieds à la surface de l'eau, de 37 $\frac{1}{2}$ au fond, et 8 $\frac{3}{8}$ pieds de profondeur d'eau. Telles sont aussi à-peu-près, dans le Hainaut, les dimensions de l'Escaut, lors de ses moyennes eaux.

Dans un canal ainsi disposé, les bateaux se mouvraient dans un fluide indéfini, et deux bateaux amarrés aux bords l'un vis-à-vis de l'autre, il resterait encore un passage suffisant pour un troisième.

Considérations sur le choc de l'eau contre les ailes des roues de moulins, et sur la maniere de disposer les coursiers des moulins.

588. Quand on examine l'effet du choc de l'eau contre les roues, on s'aperçoit bientôt que sa détermination présente des difficultés insurmontables par toute autre voie que celle de l'expérience. Il est vrai que nous n'avons point fait sur cet objet d'observations qui nous soient propres; mais si l'esprit même d'observation peut s'acquérir à la suite d'un long cours d'expériences, nous pouvons faire ici quelques réflexions, d'après les travaux de ceux qui nous ont précédés. Quand donc on veut réduire à quelque chose de simple la complication de tous les effets qui ont lieu dans

cette espece particuliere de choc, il semble que la nature y suive d'autres lois, parce que nous ne pouvons pas en apercevoir la liaison avec les lois générales ; et la différence la plus importante qu'on remarque d'abord, est que les chocs ne sont point proportionnels aux quarrés des vîtesses d'impulsion. M. l'abbé Bossut a donné à ce sujet une suite d'expériences bien précieuses par l'exactitude et la variété qui caractérisent toutes les siennes; et si nous nous permettons d'ajouter quelques réflexions à celles qu'il a déja faites, nous devons avertir qu'elles sont toutes appuyées sur les résultats de ses expériences. Ainsi nous supposons qu'on a sous les yeux la 2e partie de son Traité d'Hydrodynamique, 2e section du chapitre X, et la 1re du chapitre VII.

589. Quelque exacts que fussent les résultats d'une théorie, ils ne seraient d'aucun usage dans la pratique, s'ils ne se montraient jamais qu'avec l'appareil du calcul. Il est sans doute préférable, en négligeant l'exactitude rigoureuse, de ne présenter que des regles simples avec des modifications relatives aux cas les plus usités. Ainsi nous sommes revenus à la premiere idée des hydrauliciens, de considérer l'effort de l'eau sur une roue comme une impulsion constante sur une aile toujours directe au courant, et choquée avec une vîtesse égale à la différence entre celle du courant et celle du centre d'impulsion de l'aile. Quelque erronée que soit d'abord cette hypothese, il est possible que ses résultats soient à-

peu-près l'image simple et générale de la totalité des effets réels.

590. Une colonne d'eau, contenue dans un coursier étroit, allant choquer les ailes d'une roue qui en remplit presque toute la capacité, perd nécessairement une grande partie de sa vîtesse, et est obligée de s'élever pour fournir à une dépense constante. Cet effet augmente la surface choquée, tandis que la vîtesse du fluide et celle d'impulsion diminuent. Cette espece de remou, plus considérable et bien plus variable que celui qui se forme en avant d'un corps flottant, est cependant relatif à la hauteur primitive du courant, et à la partie de l'aile qui y serait plongée, c'est-à-dire à la vîtesse et à la surface choquée qui auraient lieu s'il ne se formait point de remou. Ainsi soient h la hauteur dont l'aile est plongée, ou la différence entre le plus grand rayon de la roue et la plus petite distance du centre de rotation à la surface primitive du courant; l la largeur de l'aile rectangulaire; V la vîtesse moyenne primitive du courant sur la hauteur h; v celle du centre d'impulsion de la surface lh; la vîtesse d'impulsion sera $V-v$. Or, le choc devant augmenter avec la surface et avec cette derniere vîtesse, il s'agit d'examiner par l'expérience s'il est proportionnel à lh, et à quelque puissance de $(V-v)$; ou, s'il peut être représenté par $lh(V-v)^n$, ayant égard d'ailleurs au bras de levier de cette impulsion, et à celui de l'effort que la machine doit vaincre.

Si dans cette quantité on ne fait varier que v, le choc, ou le poids qu'il peut soutenir, sera représenté par $(V-v)^n$, et le mouvement communiqué à ce poids, ou l'effet total de la machine par $v(V-v)^n$; de sorte que cet effet sera plus ou moins grand, selon le rapport entre V et v, et que le plus grand aura lieu quand la quantité $v(V-v)^n$ sera un maximum. En la différenciant et l'égalant à zéro, il en résulte, après toutes les réductions, l'équation suivante, $v=\frac{V}{n+1}$. Suivant la théorie ordinaire on a $n=2$, et par conséquent $v=\frac{1}{3}V$. Mais, d'après l'expérience, le plus grand effet a lieu quand la vîtesse de la roue est entre les $\frac{2}{5}$ et la moitié de celle du courant : donc n ne peut pas être égale à 2, et sa valeur doit être entre $\frac{3}{2}$ et 1.

591. C'est d'après ces principes que nous avons examiné les expériences rapportées dans l'Hydrodynamique. Sans répéter les données, qu'on trouvera dans l'auteur même, nous observerons que plusieurs de ces expériences ont été faites en plaçant une roue verticale dans le canal factice, dont nous avons fait mention ci-devant (194); que les vîtesses moyennes et les profondeurs du courant se rapportaient à quelques-unes de celles que nous avons calculées, et dont nous sommes certains, puisqu'elles cadrent non-seulement avec la formule du mouvement uniforme, mais encore avec les vîtesses à la surface, données par l'expérience. Nous sommes donc en état de fixer pour chacune d'elles les valeurs de h et de V, qui

expriment ici sensiblement la vîtesse moyenne du courant, parce qu'il n'y avait qu'une demi-ligne de jeu entre l'aile verticale et le fond du canal. L'auteur ne mesura pas cette profondeur constante du courant; mais il indique que l'eau s'élevait, quand la roue était en mouvement, de 13 à 14 lignes au-dessus du fond du canal, de sorte que l'enfoncement de l'aile était d'environ 13 lignes. Mais cette hauteur de l'eau dans le canal était l'effet du remou causé par la résistance de la roue, qui faisait perdre à l'eau une partie considérable de sa vîtesse, et l'obligeait à élever sa section en avant et jusqu'à une certaine distance en arriere : car la dépense était constante et indépendante de la roue, étant déterminée par l'élévation de la pale et par une charge d'eau constante. Ainsi, dans la premiere expérience sur les roues, où le courant était le même que dans la 55e des canaux, la dépense était de 370 pouces par seconde; et si on prenait, comme l'a fait M. l'abbé Bossut, pour la vîtesse du courant celle qu'il avait à sa surface, qui était de 300 pieds en 33″, ou de 109 pouces par seconde., la dépense, divisée par cette vîtesse et par la largeur du canal de 5 pouces, ne donnerait pour la profondeur de l'eau que $\overset{\text{po.}}{0{,}6789}$. Mais, la vîtesse moyenne se réduisant à 100 pouces, cette hauteur uniforme du courant, avant l'immersion de la roue, était plus exactement de $\overset{\text{po.}}{0{,}74}$ ou environ 9 lignes. Ainsi l'excès de hauteur de 4 à 5 lignes

que l'eau prenait à l'occasion de la roue, ne peut être attribué qu'à l'effet du remou ; et si on voulait néanmoins supposer que la hauteur de la partie choquée de l'aile verticale fût de 13 lignes, et celle du courant de $13\frac{1}{2}$ lignes, il faudrait aussi ne supposer la vîtesse que de $65{,}7$ po.

592. Cette discussion était nécessaire pour guider ceux qui voudraient calculer ces expériences d'après nos vues, et pour faire connaître dans chacune la vîtesse primitive du courant. Celles qui sont désignées par les nos 17, 18, etc., 28, ont pour objet de déterminer le plus grand effet de la machine, et elles se rapportent à la 56e des canaux : ainsi la vîtesse moyenne ou V était de $121{,}6$ po. : $h = 1{,}189$ po. ; le diametre extérieur de la roue étant de 36 pouces, celui de la circonférence, décrite par le centre d'impulsion, était de $34{,}82$ po. ; cette circonférence même, de $109{,}39$ po. ; et lors du plus grand effet elle faisait $20\frac{21}{48}$ tours en $40''$; d'où l'on conclut la vîtesse de cette circonférence de $55{,}89$ po., et $v = \frac{V + 55{,}89}{121{,}6} = \frac{11}{24}V$ à-peu-près. Ce rapport se rapprocherait beaucoup plus de celui de 4 à 9, si on avait égard à la résistance de l'air : c'est aussi celui que nous avons supposé ; de sorte que, dans l'équation $v = \frac{V}{n+1}$, en faisant $v = \frac{4}{9}V$, on en déduit $n = \frac{5}{4}$.

593. D'après cela, nous avons examiné si, dans chaque suite d'expériences, qui ne different que

par les poids et par les vîtesses de la roue, ces poids étaient proportionnels aux valeurs de $(V-v)^{\frac{5}{4}}$; et nous avons reconnu que cette loi était suivie aussi exactement qu'on le puisse desirer dans la pratique. Ainsi, exprimant par P le poids élevé, on doit avoir $P = \frac{lh(V-v)^{\frac{5}{4}}}{m}$, m étant une quantité constante donnée par l'expérience. On doit observer que le poids étant soutenu par une corde qui se roulait sur une bobine cylindrique, il doit être diminué dans le rapport des deux bras de levier. Celui d'impulsion est sensiblement égal au rayon extérieur de la roue, diminué de la moitié de la hauteur dont l'aile est plongée; et celui du poids est égal au rayon de la bobine, plus celui de la corde : c'est alors qu'il est égal à la quantité que nous avons exprimée par P.

594. Dans toutes ces expériences, la largeur l est de cinq pouces, et le canal était apparemment un peu évidé à l'endroit de la roue, pour laisser une demi-ligne de jeu de chaque côté; mais les hauteurs de la partie plongée des ailes varient. Dans la 1re et la 2e, $h = 0,7$, d'où l'on conclut $m = 18,3$; dans les 7e et 8e, $h = 0,91$ et $m = 17,4$; dans celles 17e, 28e, $h = 1,146$ et $m = 16,3$. Ainsi les chocs qui sont à-peu-près proportionnels aux valeurs de $(V-v)^{\frac{5}{4}}$, ne le sont pas aux surfaces choquées, et augmentent dans un rapport un peu plus grand que ces surfaces; ou, ce qui est plus probable, les chocs varient par le rapport entre

la largeur et la hauteur de la partie plongée. En effet, la largeur et l'intervalle inférieur restant les mêmes, plus le courant a de hauteur, plus il aura de difficulté à s'échapper; de sorte que le poids, ou l'effort à vaincre, étant augmenté plus qu'en raison de la surface, il faudra que la roue tourne plus vite pour compenser cette difficulté que l'eau éprouve à s'échapper.

595. On sent par-là combien il importe de faire à cet égard de nouvelles expériences, en s'assurant de la hauteur dont les ailes tremperaient dans le courant primitif, et en faisant varier ces hauteurs relativement aux largeurs; mais sur-tout d'observer les effets quand on augmenterait ou diminuerait le jeu entre les ailes et les parois du coursier. Relativement à la maniere dont l'eau s'échappe, soit par le bas, soit par les côtés, après avoir frappé l'aile verticale par la chûte du radier, et par l'élargissement du coursier, on doit s'attendre à des résultats différents, toujours plus avantageux à mesure que la fuite de l'eau, après le choc, sera plus libre; et, enfin, on s'assurera de l'effet quand la roue est plongée dans un fluide indéfini. Il est vrai que ce dernier cas n'a pas échappé à M. l'abbé Bossut : il a placé une roue de 3 pieds dans un courant qui avait 12 à 13 pieds de largeur sur 7 à 8 pouces de profondeur; les ailes ne trempant que de 4 pouces, étaient censées plongées dans un fluide indéfini. La vitesse, mesurée à la surface, était de 68,5 po.; ce qui sup-

pose une vîtesse moyenne de $60{,}6^{po.}$ Mais la hauteur de la partie plongée des ailes n'étant que la moitié de celle du courant, la vîtesse moyenne sur la hauteur h doit être évaluée au moins à 66 pouces; celle du centre d'impulsion de la roue, lors du plus grand effet, était de $29{,}74^{po.}$: on a donc $v = \frac{V \times 29{,}74}{66} = \frac{4}{9} V$ à-peu-près; rapport qui pourrait devenir égal à $\frac{3}{7}$, eu égard à la résistance de l'air. Ainsi, d'après une analogie semblable à la précédente, nous avons examiné si, tout égal ailleurs, les impulsions suivaient le rapport de $(V - v)^{\frac{4}{3}}$: mais nous avons reconnu qu'il fallait supposer un exposant au moins égal à $\frac{3}{2}$; alors les résultats s'accordent assez bien avec l'expérience, mais moins exactement que dans les précédentes. Il est probable qu'à même vîtesse, les impulsions ne suivraient pas tout-à-fait le rapport des surfaces; c'est ce que nous n'avons pu vérifier avec précision. On voit aussi que les effets d'une même roue ne sont pas comparables dans un coursier étroit ou dans une riviere, et que leurs rapports varient avec les vîtesses.

596. Les effets que nous venons d'observer paraissent suivre les mêmes lois, quel que soit le nombre des ailes et leur inclinaison. L'intensité varie seulement par ces deux causes, et n'affecte peut-être que la quantité m. M. l'abbé Bossut a parfaitement démontré, par la suite de ses expériences, que le nombre et l'inclinaison des ailes

ne sont point arbitraires, et qu'ils influent sensiblement sur les résultats qu'on veut obtenir. Ses observations à ce sujet, ainsi que sur le mouvement des roues à pot, n'échapperont à aucun de ses lecteurs. Nous avouons néanmoins, à regret, que, quelque nombreuses et variées qu'elles soient, elles ne sont pas encore suffisantes pour être applicables à tous les cas. Ce ne sera qu'après en avoir fait de nouvelles sur le même plan, et en avoir rapporté les résultats à quelque loi d'approximation simple, telle que celle que nous avons exposée, qu'on pourra espérer de donner des regles-pratiques propres à guider les artisans auxquels ces sortes de constructions sont abandonnées.

597. Mais nous ne pouvons terminer cet article sans parler d'une disposition très-avantageuse des coursiers des moulins, qu'il faudrait substituer à la pratique actuelle. On est dans l'usage de retenir l'eau du réservoir supérieur par une vanne qu'on lève, et sous laquelle passe l'eau qui doit mettre la machine en mouvement, avec une vîtesse proportionnée à sa charge, pour aller frapper l'aile de la roue, en glissant sur un radier peu incliné. Par cette disposition, la veine, se contractant à l'entrée du coursier, perd une partie considérable de la vîtesse due à la hauteur du réservoir. On éviterait cet inconvénient en faisant passer l'eau au-dessus d'une vanne dormante, à la façon des reversoirs, et la faisant glisser sur un radier très-incliné, où elle acheverait d'acquérir toute sa vîtesse avant de frapper l'aile. Ce ra-

dier, prolongé seulement jusqu'au-dessous de l'aplomb de l'arbre de la roue, y ferait un ressaut pour donner lieu à l'eau de tomber après avoir frappé l'aile, et le coursier s'évaserait aussi latéralement au même endroit, afin de procurer à l'eau toute la fuite possible. En évasant aussi l'entrée du coursier en avant de la vanne-reversoir, on éviterait presque toute la contraction, et l'effort dû à la chûte de l'eau resterait dans son entier. Cette chûte étant connue servirait à régler la hauteur de la vanne dormante, qu'on ferait telle que la section d'eau qui aurait lieu au-dessus de cette vanne se réduisît, par l'accélération du mouvement, à la hauteur de la partie de l'aile qui doit être choquée, non compris le remou. Celle-ci se réglerait d'après le rayon de la roue et l'effet qu'on veut produire, de sorte que la chûte de l'eau, représentant la force motrice, servirait de module pour fixer les dimensions des ailes, de la roue, du coursier et de sa pente, en un mot, de toute la machine, pour produire l'effet convenable avec la moindre quantité d'eau possible. Le sommet de la vanne ayant été réglé pour la hauteur la plus ordinaire des eaux, il serait bon de ne commencer le glacis qu'un peu plus bas, afin que la hausse dormante pût s'enlever quand les eaux seraient trop basses pour reverser suffisamment par-dessus; et, quand au contraire elles seraient abondantes, on les ménagerait au moyen de quelques hausses volantes qu'on ajouterait. Il est inutile de dire que le coursier se fermerait

tout-à-fait par une vanne supérieure et mobile, qui tomberait sur le reversoir, pour conserver les eaux quand la machine serait en repos.

CONCLUSION DE CET OUVRAGE.

598. Nous terminerons ici cet Ouvrage, et nos recherches sur le mouvement et la résistance des fluides; leurs propriétés, comme on l'a vu, dépendent de la masse, de la figure, de l'homogénéité, de la mobilité, et de l'affinité de leurs molécules. L'expérience seule peut fixer la valeur de certaines quantités constantes qui entrent dans les formules par lesquelles sont représentés les efffets du mouvement ou de l'action de ces fluides. Nous l'avons consultée toutes les fois qu'il a fallu déterminer ces constantes, en dégageant les unes des autres les différentes actions des principes qui se combinent le plus souvent ensemble, comme le pesanteur, l'attraction, le frottement, la déviation. Si cette méthode est moins brillante, moins géométrique, elle est plus sûre et plus pratique. Entre la théorie de pure spéculation et celle que nous avons adoptée, il y a une différence aussi nécessaire que celle qui existe entre un système et la marche physique de la nature, qui n'emploie presque jamais des éléments purs et sans mélange. La premiere peut présenter de beaux fantômes; la seconde des vérités utiles, copiées du moins sur la nature même, et applicables à nos besoins. Nous pouvons sans doute

nous être quelquefois trompés dans le cours de cet ouvrage, comme il est assez ordinaire, quand on suit des routes peu frayées, et que l'usage n'a point encore applanies. Mais nous serons bien aises qu'une judicieuse critique découvre nos fautes et hâte les progrès de nos connaissances. Si nous avions eu plus de loisir et de temps, nous aurions pu méditer davantage, et perfectionner la troisieme partie; mais outre qu'il ne faut pas se flatter qu'une nouvelle théorie-pratique de la résistance des fluides puisse remplir de sitôt le vide de l'ancienne, il était temps que le public jouît des avantages qu'on peut attendre de la première partie qui traite du mouvement uniforme et varié, et dont les applications à la pratique sont d'une importance plus sensible et plus universelle.

FIN.

TABLE DES MATIERES

CONTENUES

DANS CE SECOND VOLUME.

SECONDE PARTIE.

Expériences et Réflexions sur le mouvement uniforme et varié de l'Eau.

SECTION PREMIÈRE.

SECTION II.

TROISIEME PARTIE.

SECTION PREMIERE.

SECTION II.

FIN DE LA TABLE.

N. B. *Ce second volume n'a qu'une planche.*



